

مدل سازی ریاضی اثر پوسته در چاه‌های حفر شده در سازندهای شکافدار طبیعی

مجتبی رحیمی^{*}، مهدی قاسمی زانیانی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر

چکیده

حفاری سازندهای شکافدار به روش فراتعادلی یا overbalanced سبب هرزروی گل حفاری به درون شکاف‌ها می‌شود. هرزروی گل در هنگام حفاری این نوع سازندها، به دلیل عدم توانایی در جلوگیری از وقوع آن در ایران به شکل سنتی، امری متداول و پذیرفته شده است. در اکثر موارد پس از حفاری سازندهای شکافدار و به منظور به دست آوردن جریان چاه، عملیات اسیدکاری انجام می‌گیرد. در انجام عملیات اسیدکاری هیچ معیار استانداردی به منظور تعیین حجم اسید موردنیاز وجود ندارد. اگر بتوان شعاع آسیب ناشی از هرزروی گل به درون سازند شکافدار را تعیین نمود، می‌توان میزان اسید موردنیاز جهت انجام عملیات اسیدکاری را نیز محاسبه کرد. هدف اصلی از این پژوهش به دست آوردن یک مدل ریاضی برای تعیین شعاع آسیب ناشی از هرزروی گل در چاه‌های حفاری شده در مخازن طبیعی شکافدار است. در این مطالعه فرض شده است که یک شکاف عمودی تنها با دهانه چاه به شکل متقارنی برخورد دارد. در حین هرزروی، گل حفاری به درون شکاف نفوذ کرده و جایگزین سیال سازند می‌شود. فرآیند هرزروی گل درون محیط متخلخل مدل شده با استفاده از فرآیند انتقال جرم، فرمول‌بندی می‌شود. معادلات به دست آمده، غلظت سیال هرز رفته را نسبت به زمان و مکان نشان می‌دهند. فیلتراسیون گل هرز رفته در دیواره-های شکاف که البته بعد از تشکیل کیک گل حفاری متوقف می‌شود، یک تابع نمایی را نشان می‌دهد. یک شبیه‌ساز با استفاده از معادلات به دست آمده در این مطالعه توسعه داده می‌شود. در یک زمان مشخص، پروفایل غلظت در امتداد شکاف و پروفایل غلظت درون ماتریس در جهت جانبی شکاف رسم می‌شوند. نمودارها متمایل به شکلی شبیه حرف S انگلیسی هستند. مکانی در شکاف که در آن نمودار غلظت به صفر می‌رسد نشان دهنده شعاع آسیب ناشی از عملیات حفاری است. به طور مشابه، نقطه‌ای از نمودار در جهت جانبی که در آن غلظت در نمودار به صفر می‌رسد، نفوذ جانبی گل حفاری از درون شکاف به نقطه‌ی متناظر درون ماتریس سازند را نشان می‌دهد.

اطلاعات مقاله

تاریخ ارسال نویسنده: ۹۸/۰۶/۱۸

تاریخ ارسال به داور: ۹۸/۰۷/۰۵

تاریخ پذیرش داور: ۹۸/۰۸/۱۳

واژگان کلیدی:

اثر پوسته، مدل‌سازی ریاضی، سازند شکافدار، شکاف، ماتریس.

مقدمه

حفاری سازندهایی با پتانسیل تولید می‌تواند سبب ایجاد «اثر پوسته»^۱ و آسیب به سازند تولیدی گردد. آسیب وارده به سازند به ماهیت سازند، ترکیب و خواص گل حفاری و شرایط حفاری بستگی دارد. در اغلب موارد فشار گل حفاری از فشار سیال درون سازند بیشتر است و در نتیجه سبب نفوذ گل حفاری به درون سازند می‌شود. اغلب مواردی که بر نفوذ گل حفاری تأثیر می‌گذارند به آسانی قابل کنترل نیستند. برای نمونه اختلاف فشار زیاد بین ستون گل حفاری و سیال سازند باید از طرف سازند تحمل شود. عملیات خراش دادن سازند توسط مته و رشته حفاری نمی‌تواند حذف شود. کنترل و تنظیم نرخ گردش جریان گل درون چاه با محدودیت‌هایی مواجه هست. از سوی دیگر برخی از خواص گل حفاری به منظور جلوگیری از نفوذ گل به درون سازند، قابل کنترل است. جلوگیری از آسیب بیشتر به سازند توسط گل حفاری می‌تواند با انتخاب نوعی از گل حفاری صورت گیرد که

از ارتباط نامطلوب گل حفاری با سازند جلوگیری کند [۱]. در انجام عملیات اسیدکاری یک منطقه آسیب‌دیده در یک سازند شکافدار، عدم وجود یک معیار استاندارد برای تعیین میزان اسید موردنیاز جهت تزریق ممکن است سبب تزریق بیش از اندازه اسید به درون سازند شود. در سال ۱۹۹۶ «بونیاپالوک و همکاران» طی یک تحقیق عنوان نمودند که استفاده از اسید اضافی در حین عملیات اسیدکاری ضریب پوسته ایجاد شده را کاهش نمی‌دهد. اسید اضافی به جای کاستن از خرابی‌های ایجاد شده، سبب تضعیف «ماتریس‌ها»^۲ می‌شود [۲].

شعاع آسیب وارده به سازند^۳ توسط گل حفاری می‌تواند به عنوان معیاری استاندارد برای تعیین میزان اسید موردنیاز جهت تزریق به درون سازند و جریان دادن چاه، مورد استفاده قرار بگیرد. در این مطالعه با توسعه و استفاده از یک مدل ریاضی، شعاع آسیب و

* نویسنده عهد در مکاتبات (rahimi@iaukhsh.ac.ir)

است که جریان عمده سیالات به‌طور کامل از میان شکاف‌ها می‌گذرد. سیالات ممکن است به درون یا بیرون از ماتریس سنگ متخلخل در جهت عمود بر جهت جریان درون شکاف انتشار یابند اما در واقع هیچ جریان یا پخش عمده‌ای درون ماتریس وجود ندارد [۴].

جریان و پدیده پخش در سیستم‌های شکافدار عموماً توسط یک یا چند مدل مفهومی زیر شبیه‌سازی می‌شود:

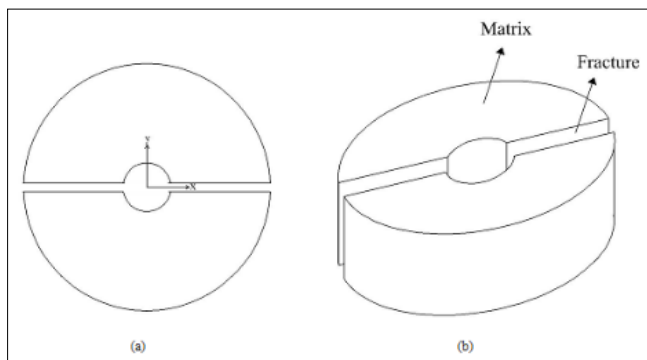
محیط متخلخل معادل (EPM)^{۱۲}، تخلخل دوگانه، شبکه شکاف گسسته (DFN)^{۱۳}، یا (DFN/EPM هیبرید) [۵].

مدل EPM برای مدل‌سازی پدیده پخش در یک محیط متخلخل شکافدار مناسب نیست؛ هم‌چنین مدل DFN به خاطر برخی از مشکلات ناشی از تشکیل «کیک گل حفاری»^{۱۴} بر روی دیواره‌های شکاف^{۱۵} به کار گرفته نمی‌شود [۶]. از بین این روش‌ها، در این مطالعه برای شبیه‌سازی نفوذ گل حفاری درون سازند، از روش تخلخل دوگانه و با به دست آوردن دو معادله مستقل ریاضی - یکی برای شبکه شکاف‌ها و دیگری برای (ماتریس) استفاده می‌شود. انتشار گل حفاری از شکاف به درون ماتریس سازند توسط یک تابع انتقال ارائه می‌شود. باگذشت زمان و به دلیل تشکیل کیک گل حفاری بر روی دیواره‌ی «شکاف - ماتریس»، انتشار و نفوذ گل حفاری به درون ماتریس کاهش می‌یابد. معادلات توسعه‌یافته، میزان و غلظت هرزروی گل را بر مبنای زمان و مکان نشان می‌دهند.

در این پروژه فرض بر این است که همراه با گل حفاری یک ردیاب نیز تزریق می‌شود و غلظت این ردیاب بیان‌کننده غلظت گل حفاری است؛ بنابراین در متن این پروژه منظور از غلظت سیال ردیاب، همان غلظت گل حفاری است.

۱- روش کار: مدل‌سازی ریاضی

به‌منظور توسعه یک مدل ساده شده از یک مخزن شکافدار طبیعی، فرض می‌شود که یک شکاف عمودی به‌طور متقارن با دهانه چاه در



شکل ۱ | شماتیک مدل یک مخزن شکافدار طبیعی

نفوذ جانبی گل حفاری به درون ماتریس سازند با فرض در نظر گرفتن یک محیط متخلخل شکافدار که از یک شکاف عمودی تشکیل شده است، پیش‌بینی می‌شود. فرآیند نفوذ گل حفاری با مکانیسم‌های زیر اتفاق می‌افتد:

۱- انتقال گل حفاری درون سازند بر اثر هرزروی گل؛

۲- انتشار و پراکندگی گل حفاری درون سیال سازند.

هنگامی که سیال حفاری به درون محیط متخلخل^۴ نفوذ کرده و در آن پراکنده می‌شود یک منطقه ترکیبی از دو سیال به وجود می‌آید که پروفایل غلظت (و یا منحنی انتشار) آن به شکل حرف S انگلیسی^۵ است. پراکندگی سیال به چند پدیده فیزیکی شامل انتشار مولکولی، اثر پروفایل سرعت (اثر تیلور)، سری سلول‌های مخلوط شونده، پاکت‌های راکد و تغییرات مسیرهای جریانی نسبت داده می‌شوند. فرآیند پخش و نفوذ به شکل طبیعی از طریق مولکولی و در نتیجه برخورد تصادفی مولکول‌ها در محلول صورت می‌گیرد. اگر نرخ‌های جریانی در یک محیط متخلخل خیلی کم باشند (در اعداد پکلت کوچک^۶) مکانیزم اصلی پخش، نفوذ مولکولی است. با این وجود در نرخ جریانی‌هایی که معمولاً در مخازن وجود دارد، فرآیند ایجاد پراکندگی می‌تواند در اثر «جریان کلی»^۷ و یا «پدیده همرفتی»^۸ نیز باشد. به‌جز انتشار مولکولی بقیه پدیده‌های فیزیکی نامبرده شده تحت تاثیر پدیده‌ی همرفتی و جریان کلی در محیط متخلخل هستند [۳].

در سازندهای شکافدار، مهم‌ترین عوامل مؤثر بر جریان از طریق شکاف سنگ، چگالی شکاف (تعداد شکاف در واحد حجم سنگ)، جهت‌گیری^۹، عرض مؤثر دیافراگم^{۱۰} (فاصله میان دو سطح شکستگی) و ماهیت ماتریس سنگ^{۱۱} هستند. چگالی شکاف و جهت‌گیری، تعیین‌کننده‌های مهمی در درجه اتصال مجموعه‌ی شکاف‌ها هستند که خود یک ویژگی مهم مرتبط با هدایت هیدرولیکی سیستم سنگ شکافدار است.

در مدل‌سازی جریان و پدیده پخش در یک مخزن شکافدار طبیعی چندین فرضیه در نظر گرفته می‌شوند:

۱- به‌عنوان یک قاعده در مدل‌سازی یک مخزن شکافدار فرض می‌شود که غلظت سیال در امتداد ابعاد باریک شکاف ثابت می‌ماند.

۲- مباحث این مقاله اغلب مدل‌هایی را مدنظر قرار می‌دهد که جریان و پدیده پخش را در منطقه اشباع توصیف می‌کنند. جریان عبوری از شکاف در منطقه غیراشباع می‌تواند به‌طور فزاینده‌ای پیچیده باشد که برای مدل‌سازی نسبت به منطقه اشباع بسیار مشکل‌تر است.

عموماً و به‌منظور آسان‌تر کردن مسأله، از جذب و دفع سیالات روی سطح شکاف و درون ماتریس سنگ صرف‌نظر می‌شود. متداول‌ترین تصویر مفهومی از جریان و پدیده پخش در یک محیط شکافدار این

همان گونه که ذکر شد، به دلیل نرخ جریان نسبتاً پایین در ماتریس، در قسمت همرفت ضریب پراکندگی صرف نظر می شود. در نتیجه به جای ضریب پخش می توان از ضریب انتشار مولکولی برای ماتریس استفاده نمود.

۱-۱- استخراج معادله شکاف

در شکل ۳- نیمه سمت راست یک شکاف از دهانه چاه تا مرز منطقه ی تخلیه مرتبط با تولید چاه نشان داده شده است؛ یک المان حجمی را مطابق این شکل در نظر بگیرید. معادله موازنه جرم برای این المان حجمی به شکل زیر می تواند نوشته شود.

معادله-۱

$$\begin{aligned} & \text{(Rate of Mass Inputted)}_{\text{Convection}} - \text{(Rate of Mass Outputted)}_{\text{Convection}} + \\ & \text{(Rate of Mass Inputted)}_{\text{Dispersion}} - \text{(Rate of Mass Outputted)}_{\text{Dispersion}} - \\ & \text{(Rate of Mass Lost in Matrix)} = \text{(Rate of Mass Accumulated)} \end{aligned}$$

دو عبارت اول در معادله-۱ به نرخ جرم و توده ورودی و خروجی بر اساس پدیده همرفت مربوط می شود و به شکل زیر بیان می شوند:

$$- \oint_S C_f \cdot V \cdot ds \quad \text{Cf: غلظت سیال حفاری درون شکاف (lb mole/ft}^3\text{)}$$

V: سرعت سیال حفاری (ft/hr)

S: سطح مقطع المان حجمی (ft²)

عبارت انتگرال سطحی $\oint_S C_f \cdot V \cdot ds$ می تواند به عبارت انتگرال حجم با تابع تبدیل گاوس تبدیل شود:

$$- \iiint_V \nabla \cdot (C_f \cdot V) dt$$

$\tau =$ حجم المان حجمی (ft³)

توجه داشته باشید که عبارت ∇ ، بیان کننده عامل گرادیان بوده و به شکل زیر تعریف می شود:

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$$

معادله-۲

به عنوان یک خاصیت عامل گرادیان:

$$\nabla \cdot (C_f \cdot V) = V \cdot \nabla C_f + C_f \cdot \nabla V$$

معادله-۳

بنابراین عبارت $\iiint_V \nabla \cdot (C_f \cdot V) dt$ می تواند به شکل زیر گسترش یابد:

$$- \iiint_V [V \cdot \nabla C_f + C_f \cdot \nabla V] dt$$

اگر سیالات درون شکاف غیر قابل تراکم فرض شوند، $\nabla \cdot V$ برابر با صفر خواهد بود و عبارت قبلی

به شکل زیر درمی آید:

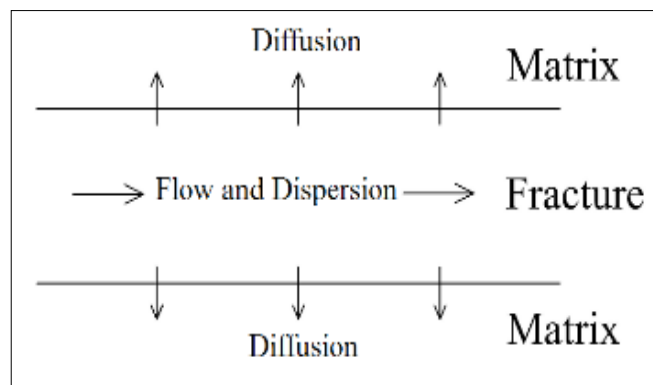
$$- \iiint_V V \cdot \nabla C_f dt$$

که در آن:

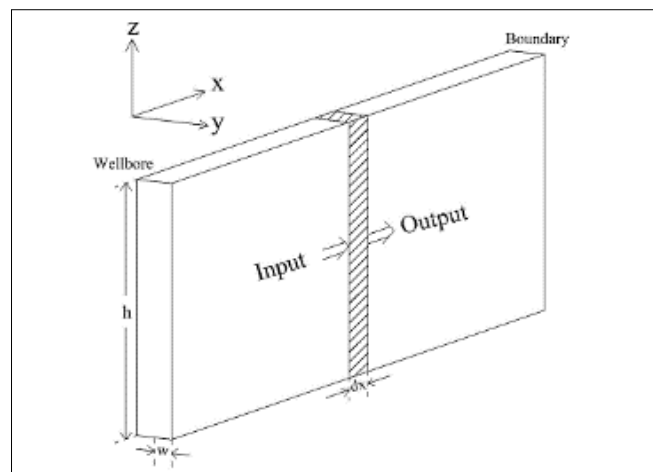
یک محدوده دایره ای اطراف چاه برخورد دارد. دهانه شکاف از دهانه چاه تا مرز منطقه ی تخلیه مرتبط با تولید چاه، ثابت در نظر گرفته می شود. این شکاف با یک سیستم ماتریسی متخلخل همگن احاطه شده که در شکل ۱- نشان داده می شود.

در هنگام هرزروی، سیال حفاری به درون سازند نفوذ کرده و جایگزین سیال درون سازند می شود. نفوذ سیال حفاری به درون محیط هم در جهت شکاف و هم عمود بر جهت شکاف یعنی درون ماتریس (شکل-۲) رخ می دهد.

با توجه به کار «تانگ و همکارانش» [۷] انتقال جرم می تواند به صورت یک بعدی و در امتداد شکاف باشد یعنی جریان و پخش در جهت Y در شکاف را می توان نادیده گرفت. به هر حال نفوذ در جهت Y در مقاطع شکاف - ماتریس و هم چنین از طریق ماتریس رخ می دهد؛ بنابراین در این مطالعه فرض می شود که انتقال جرم برای شکاف فقط در جهت X و برای ماتریس فقط در جهت Y رخ می دهد.



شکل ۲ | فرآیند پخش در مدل



شکل ۳ | یک المان حجم در شکاف

$\nabla^2 C_f$ تابع تبدیل لاپلاس است و به شکل زیر فرمول آن بیان می شود:

$$\nabla^2 C_f = \frac{\partial^2 C_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_f}{\partial z^2}$$

معادله - ۹ همان گونه که قبلاً بحث شد انتقال جرم در شکاف یک بعدی فرض می شود، بنابراین عبارت $\iint_{\tau} D \cdot \nabla^2 C_f d\tau$ + به عبارت زیر تبدیل می شود:

$$\iint_{\tau} D_{xf} \frac{\partial^2 C_f}{\partial x^2} d\tau$$

D_{xf} : ضریب پخش شکاف در جهت (ft²/hr)

آخرین عبارت سمت چپ معادله - ۱ نشان دهنده نرخ جرمی هرزروی از شکاف به درون ماتریس است. با توجه به گفته های «تانگ و همکاران»، [۷] تابع انتقال T در $\iint_{\tau} T \cdot d\tau$ برابر است با q/w که در آن q شار جرم نفوذی است که از تقاطع ماتریس-شکاف می گذرد. این شار توسط «قانون فیک» به صورت زیر بیان می شود:

$$q = -D_{ym} \phi \left(\frac{\partial C_f}{\partial y} \right)_i$$

معادله - ۱۰

D_{ym} : ضریب نفوذ ماتریس در جهت (y ft²/hr)

ϕ : تخلخل ماتریس (نسبت)

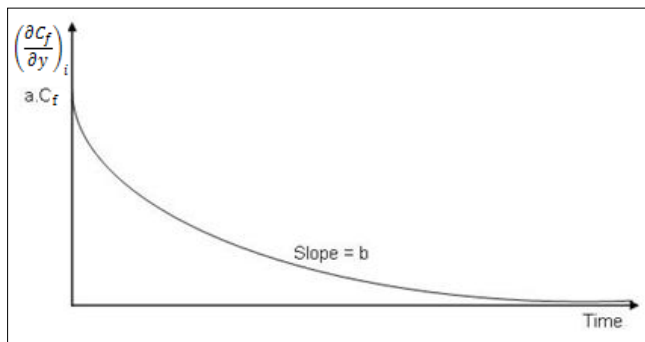
در نتیجه معادله - ۱ به عبارت زیر تبدیل می شود:

$$+ \iint_{\tau} \frac{D_{ym} \phi}{w} \cdot \left(\frac{\partial C_f}{\partial y} \right)_i d\tau$$

گرادیان $\left(\frac{\partial C_f}{\partial y} \right)_i$ مربوط به گرادیان غلظت تقاطع شکاف-ماتریس است. با توجه به گفته های «دونالدسون و همکاران» [۸]، فرض می شود که این گرادیان یک شیب نمایی در زمان t=0 داشته باشد و هنگامی که کیک گل حفاری تشکیل نشده باشد این گرادیان بیشترین مقدار خود را داشته و با شروع تشکیل کیک گل حفاری و به صورت تدریجی شروع به کاهش می کند؛ تا جایی که در زمان تشکیل کامل کیک گل حفاری به سمت صفر میل می کند. هم چنین گرادیان $\left(\frac{\partial C_f}{\partial y} \right)_i$ به طور مستقیم به غلظت سیال حفاری درون شکاف بستگی دارد؛ بنابراین این گرادیان می تواند به شکل زیر فرمول بندی شود:

$$\left(\frac{\partial C_f}{\partial y} \right)_i = a \cdot C_f \cdot e^{-bt}$$

معادله - ۱۱



شکل ۴ | گرادیان غلظت در تقاطع شکاف ماتریس بر حسب زمان

$$V \cdot C_f = V_x \frac{\partial C_f}{\partial x} + V_y \frac{\partial C_f}{\partial y} + V_z \frac{\partial C_f}{\partial z}$$

معادله - ۴

با در نظر گرفتن انتقال جرم به صورت تک بعدی در شکاف، جریان در جهت Y و Z قابل صرف نظر کردن بوده، بنابراین $\iint_{\tau} V \cdot \nabla C_f d\tau$ - عبارت می تواند به شکل زیر بیان شود:

$$- \iint_{\tau} V_x \frac{\partial C_f}{\partial x} d\tau$$

به علاوه معادله سرعت میانگین در شکاف به صورت زیر است:

$$V_x = \frac{Q'}{2A}$$

معادله - ۵

Q' : نرخ هرزروی گل حفاری در شکاف (ft³/hr) و A: محدوده سطح مقطع شکاف (ft²).

اگر نرخ هرزروی گل در هر دونیمه شکاف یکسان در نظر گرفته شود، آنگاه هرزروی کلی برابراست با:

$$Q = 2Q'$$

معادله - ۶

با ترکیب معادله های (۵) و (۶) معادله زیر به دست می آید:

$$V_x = \frac{Q}{2A}$$

معادله - ۷

با در نظر گرفتن W که عرض نیمی از شکاف را بیان می کند (شکل - ۳)، مساحت سطح مقطع شکاف برابر است با 2wh که در آن h ارتفاع شکاف هست بنابراین:

$$V_x = \frac{Q}{4wh}$$

معادله - ۸

و عبارت $\iint_{\tau} V_x \frac{\partial C_f}{\partial x} d\tau$ - به شکل زیر تبدیل می شود:

$$- \iint_{\tau} \frac{Q}{4wh} \cdot \frac{\partial C_f}{\partial x} d\tau$$

دو عبارت دوم در معادله - ۱ به نرخ توده ورودی و خروجی توسط پدیده ی پخش مربوط می شود که به شکل زیر بیان می شود:

$$- \oint_s J \cdot ds$$

J: شار جریان (lb mole/ft².hr) و

S: سطح مقطع المان حجمی (ft²)

هم چنین با توجه به تابع تبدیل گاوس عبارت به صورت زیر بیان می شود:

$$- \iint_{\tau} \nabla J \cdot d\tau$$

T: حجم عنصر حجمی (ft³)

هم چنین با توجه به قانون فیک، $J = -D \cdot (\nabla C_f)$ که در آن D ضریب پخش شکاف با واحد ft²/hr است و با توجه به اینکه D همیشه ثابت است، می تواند از گرادیان فاکتورگیری شود.

$$+ \iint_{\tau} D \cdot \nabla^2 C_f d\tau$$

a و b در معادله ۱۱ ثابت هستند و باید به شکل تجربی برای هر سیال خاص و هر خواص سنگی به شکل متفاوت تعیین شود. همان گونه که در شکل-۴ نشان داده شد، بیشترین مقدار $(\frac{\partial C_f}{\partial y})_i$ در زمان $t=0$ است و برابر با $a.C_f$ است. ثابت b شیب این نمودار است.

با جایگذاری معادله-۱۱ در عبارت $\int \int \int_{\tau} \frac{D_{ym}\phi}{w} \cdot (\frac{\partial C_f}{\partial y})_i dt$ آخرین عبارت سمت چپ معادله-۱۱ به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\int \int \int_{\tau} \frac{aD_{ym}\phi}{w} \cdot C_f \cdot e^{-bt} dt$$

عبارت تجمعی سمت راست معادله-۱ به شکل زیر نوشته می شود.

$$\int \int \int_{\tau} \frac{\partial C_f}{\partial t} dt$$

که در آن t زمان هرزروی برحسب ساعت است.

با توجه به توضیحات بالا و با جایگذاری این عبارات در معادله-۱ معادله زیر به دست می آید:

معادله-۱۲

$$-\int \int \int_{\tau} \frac{Q}{4wh} \cdot \frac{\partial C_f}{\partial x} dt + \int \int \int_{\tau} D_{xf} \cdot \frac{\partial^2 C_f}{\partial x^2} dt + \int \int \int_{\tau} \frac{aD_{ym}\phi}{w} \cdot C_f \cdot e^{-bt} dt = \int \int \int_{\tau} \frac{\partial C_f}{\partial t} dt$$

Terms (1) and (2) Terms (3) and (4) Term (5) Term (6)

همه عبارات از انتگرال خارج شده و به شکل معادله زیر درمی آید.

$$-\frac{Q}{4wh} \cdot \frac{\partial C_f}{\partial x} + D_{xf} \cdot \frac{\partial^2 C_f}{\partial x^2} + \frac{aD_{ym}\phi}{w} \cdot C_f \cdot e^{-bt} = \frac{\partial C_f}{\partial t}$$

معادله-۱۳

متغیر غلظت می تواند به شکل بدون بعد و به صورت زیر نوشته شود:

$$C_{Df} = \frac{C_f}{C_0}$$

معادله-۱۴

که C_0 غلظت سیال حفاری در دهانه چاه است (lb mole/ft³)

$$C_f = C_{Df} \cdot C_0$$

معادله-۱۵

با جایگزینی C_0 برای C در معادله-۱۳، معادله ی زیر به دست می آید:

معادله-۱۶

$$-\frac{Q}{4wh} \cdot \frac{\partial(C_{Df} \cdot C_0)}{\partial x} + D_{xf} \cdot \frac{\partial^2(C_{Df} \cdot C_0)}{\partial x^2} + \frac{aD_{ym}\phi}{w} \cdot (C_{Df} \cdot C_0) \cdot e^{-bt} = \frac{\partial(C_{Df} \cdot C_0)}{\partial t}$$

با ساده سازی C_0 برای هر دو سمت معادله، معادله زیر به دست می آید:

$$-\frac{Q}{4wh} \cdot \frac{\partial C_{Df}}{\partial x} + D_{xf} \cdot \frac{\partial^2 C_{Df}}{\partial x^2} + \frac{aD_{ym}\phi}{w} \cdot C_{Df} \cdot e^{-bt} = \frac{\partial C_{Df}}{\partial t}$$

معادله-۱۷

شرایط مرزی اولیه برای این معادله در دهانه چاه است.

$$x=r_w; t>0; C_{Df}=1$$

معادله-۱۸

و شرایط مرزی ثانویه در مرز محیط تخلیه مرتبط با چاه تولیدی قرار می گیرد.

$$x=r_e; t>0; C_{Df}=0$$

معادله-۱۹

r_w : شعاع دهانه چاه

re: شعاع خارجی

برای $r_w < x < r_e$ و زمان $t=0$ معادله-۱۷ در معرض شرایط اولیه زیر قرار می گیرد:

$$r_w < x < r_e; t=0; C_{Df}=0$$

معادله-۲۰

۱-۲- استخراج معادله ماتریس

فرآیند نفوذ از طریق ماتریس در جهت عمود برشکاف ادامه می یابد یعنی در جهت سیستم نشان داده شده در شکل-۵، معادله موازنه جرم روی المان حجمی این شکل، به صورت زیر نوشته می شود:

معادله-۲۱

$$\text{(Rate of Mass Inputted)}_{\text{Diffusion}} - \text{(Rate of Mass Outputted)}_{\text{Diffusion}} = \text{(Rate of Mass Accumulated)}$$

دو عبارت سمت چپ معادله-۲۱ مربوط به نرخ جرم ورودی و خروجی به ماتریس، بر اثر پدیده نفوذ هستند که به صورت زیر فرمول بندی می شوند:

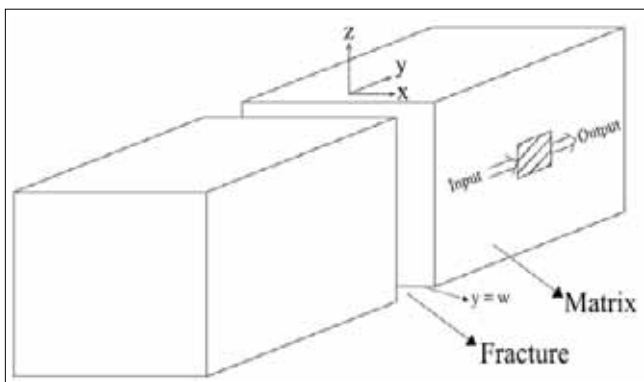
$$-\int \int_S J \cdot ds$$

J: شار جرمی (lb mole/ft².hr)

S: مساحت المان حجمی

با توجه به تابع تبدیل گاوس عبارت $-\int \int_S J \cdot ds$ به شکل زیر تبدیل می شود:

$$-\int \int \int_{\tau} \nabla J \cdot dt$$



شکل ۵ | یک المان حجمی در ماتریس

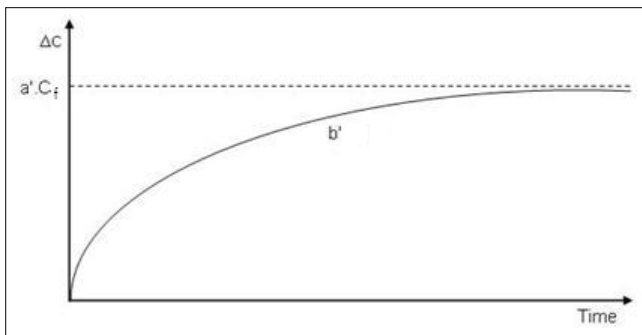
$$C_{m,y=w} = C_f \cdot \Delta C \quad \text{معادله-۲۵}$$

در زمان $t=0$ هنگامی که کیک گل حفاری تشکیل نشده باشد این اختلاف غلظت برابر با صفر در نظر گرفته می شود و تشکیل کیک گل حفاری سبب افزایش تدریجی ΔC می شود تا جایی که این مقدار به بیشترین مقدار پایدار خود در زمان تشکیل کیک کامل گل حفاری می رسد. هم چنین ΔC به طور مستقیم به غلظت سیال حفاری درون شکاف بستگی دارد. با توجه به این توضیحات ΔC می تواند به شکل زیر فرمول بندی شود:

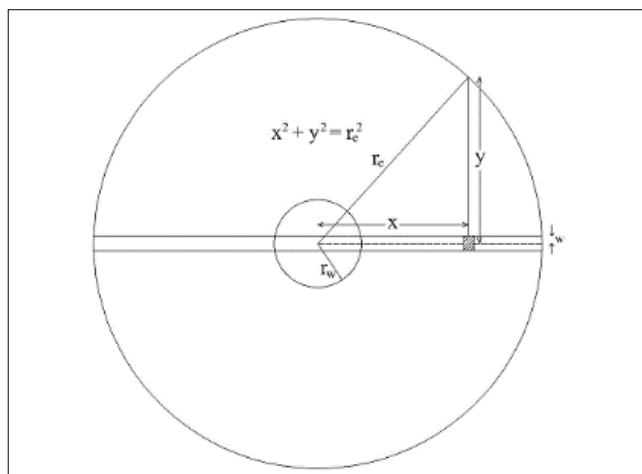
$$\Delta C = a' \cdot C_f \cdot e^{-\frac{b'}{t}} \quad \text{معادله-۲۶}$$

در معادله-۲۶ ضرایب a' و b' ثابت هستند و برای هر سیال خاص و خواص سنگ خاص به شکل تجربی باید تعیین شوند. همان گونه که در شکل-۶ نشان داده شد، مقدار ماکزیمم $C_f \Delta C$ در $t=\infty$ اتفاق می افتد که برابر $a' \cdot C_f$ است. ثابت K ، شیب این نمودار است. با ترکیب معادلات-۲۵ و ۲۶ شرایط مرزی اولیه معادله-۲۴ به شکل زیر به دست می آید:

$$C_m = C_f - [a' \cdot C_f \cdot e^{-\frac{b'}{t}}] \quad \text{معادله-۲۷}$$



شکل ۶ | افت غلظت در تقاطع شکاف - ماتریس برحسب زمان



شکل ۷ | نمایش هندسی مدل

مجدداً و با توجه به قانون فیک $J = -D_{ym} \cdot (\nabla C_m)$ که در آن D_{ym} ضریب نفوذ در جهت y است. اگر در رابطه $-\iiint_{\tau} \nabla J \cdot d\tau$ از عبارت $D_{ym} \cdot (\nabla C_m)$ به جای J استفاده شود و فاکتور گرفته شود عبارت بالا به عبارت زیر تبدیل می شود:

$$+ \iiint_{\tau} D_{ym} \cdot \nabla^2 C_m d\tau$$

چون فقط در جهت y جریان وجود دارد:

$$+ \iiint_{\tau} D_{ym} \cdot \frac{\partial^2 C_m}{\partial y^2} d\tau$$

عبارت تجمعی سمت راست معادله-۲۱ به شکل زیر است:

$$\iiint_{\tau} \frac{\partial C_m}{\partial t} d\tau$$

بنابراین معادله مربوط به نفوذ سیال حفاری به درون ماتریس به شکل زیر است:

$$\iiint_{\tau} D_{ym} \cdot \frac{\partial^2 C_m}{\partial y^2} d\tau = \iiint_{\tau} \frac{\partial C_m}{\partial t} d\tau \quad \text{معادله-۲۲}$$

همه عبارات از انتگرال خارج شده و به شکل معادله زیر درمی آیند:

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = D_{ym} \cdot \frac{\partial^2 C_m}{\partial y^2} \quad \text{معادله-۲۳}$$

با نوشتن متغیر غلظت به شکل بدون بعد، معادله-۲۳ به شکل زیر نوشته می شود.

$$\frac{\partial C_{Dm}}{\partial t} = D_{ym} \cdot \frac{\partial^2 C_{Dm}}{\partial y^2} \quad \text{معادله-۲۴}$$

اولین شرط مرزی این معادله مربوط به تقاطع شکاف-ماتریس یعنی $y=W$ در منطقه ای دورتر از کیک گل حفاری است؛ همان گونه که در شکل-۶ نشان داده شده است در سطح تقاطع شکاف-ماتریس یک افت ناگهانی در غلظت به دلیل حضور کیک گل حفاری اتفاق می افتد. بنابراین، غلظت سیال حفاری در امتداد کیک گل حفاری دارای یک کاهش غلظت مساوی با شرایط مرزی اولیه معادله-۲۴ در نظر گرفته می شود.

ردیف	اطلاعات مربوط به خواص سنگ و سیال	داده عددی مربوطه
۱	تخلخل ماتریس	۰/۱۵
۲	ارتفاع شکاف	۴۰ فوت
۳	شعاع خارجی	۵۰۰ فوت
۴	عرض شکاف	$3/28 \times 10^{-6}$ فوت
۵	شعاع دهانه چاه	۰/۵ فوت
۶	ضریب پخش شکاف در جهت x	$4/04 \times 10^{-6}$ ft ² /hr
۷	ضریب نفوذ ماتریس در جهت y	$4/4 \times 10^{-6}$ ft ² /hr

۲- نتایج و بحث

معادلات ۱۷- و ۲۴ به روش عددی و با استفاده از کاربرد روش اختلاف محدود ضمنی حل شدند و به این منظور اطلاعات جدول ۱- مربوط به خواص سنگ و سیال مورد استفاده قرار گرفته است:

نرخ هرزروی سیال حفاری برابر با ۱۴/۴ بشکه در روز برای تک شکاف فرض شده مورد استفاده قرار می‌گیرد. ثابت‌های a و b در معادله ۱۷ و همچنین ثابت‌های a' و b' در معادله ۲۸ نشان‌دهنده نرخ تشکیل کیک گل حفاری در دیواره‌های شکاف هستند و بنابراین تابعی از خواص سیال و سنگ می‌باشند و این ثابت‌ها برای هر سیستم سنگ و سیال، مجزا و تحت مطالعه به شکل تجربی تعیین می‌شوند. در این تحقیق مقادیر a ، b و a' ، b' همگی معادل ۰/۵ در نظر گرفته می‌شوند. به‌منظور تعیین مقادیر بهینه بازه‌های زمانی Δt ، تعداد نقاط

و در حالت بدون بُعد، به معادله زیر تبدیل می‌شود:

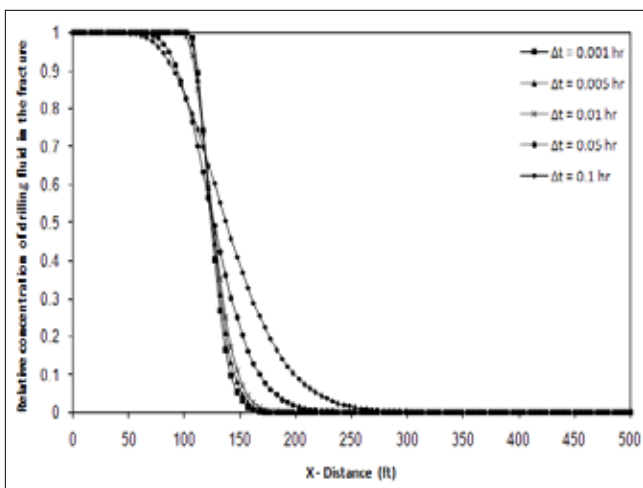
$$C_{Dm} = C_{Df} - [a' \cdot C_{Df} \cdot e^{-\frac{b'}{t}}] \quad 28 \text{ معادله}$$

شرایط مرزی ثانویه مربوط به مرز منطقه تخلیه مرتبط با چاه تولیدی است. همان‌گونه که در شکل ۷- نشان داده شده، برای هر المان حجمی شکاف، فاصله عمودی میان شکاف و این مرز (فاصله در جهت y) می‌تواند با تئوری فیثاغورث تعیین گردد. بنابراین، شرایط مرزی ثانویه به شکل زیر است.

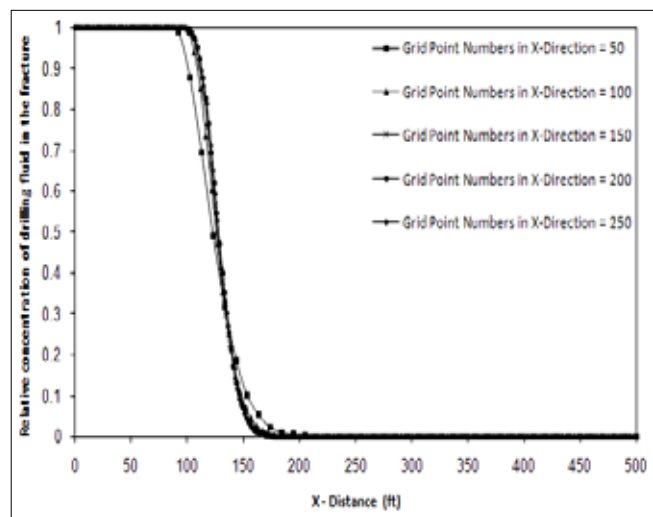
$$C_{Dm} = 0 \quad y = \sqrt{r_e^2 - x^2}; t > 0 \quad 29 \text{ معادله}$$

برای شرایط مرزی اولیه و ثانویه ذکر شده در بالا، معادله ۲۴ شرایط اولیه زیر را دارد:

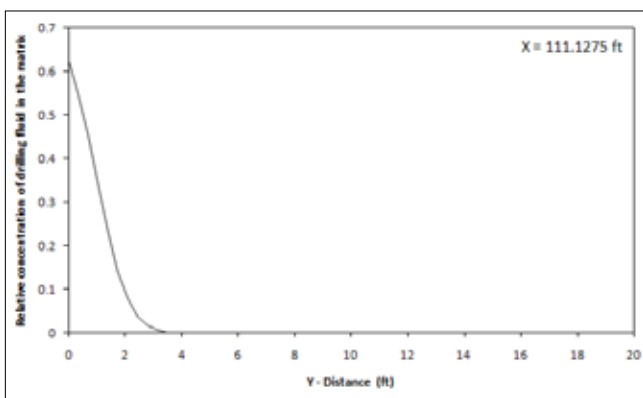
$$C_{Dm} = 0 \quad w < y < \sqrt{r_e^2 - x^2}; t = 0 \quad 30 \text{ معادله}$$



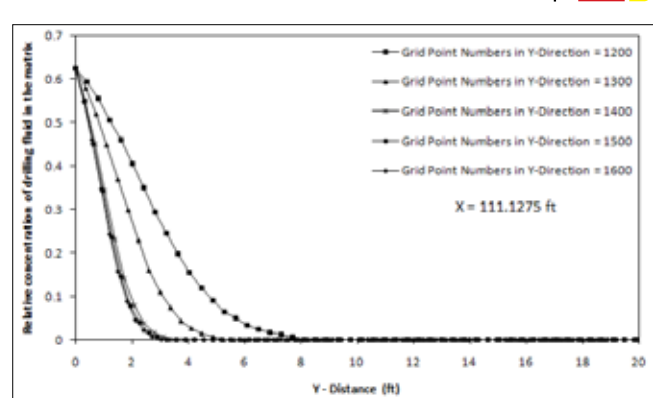
شکل ۱۰ | تاثیر بازه‌های زمانی متغیر بر روی غلظت نسبی سیال حفاری در شکاف



شکل ۸ | تاثیر تعداد نقاط شبکه متغیر در جهت X بر روی غلظت نسبی سیال حفاری در شکاف



شکل ۱۱ | غلظت نسبی سیال حفاری برحسب فاصله از محور Y در ماتریس در نقطه $x = 111/1275$ فوت



شکل ۹ | تاثیر تعداد نقاط شبکه متغیر در جهت Y بر روی غلظت نسبی سیال حفاری در ماتریس در $x = 111/1275$ فوت

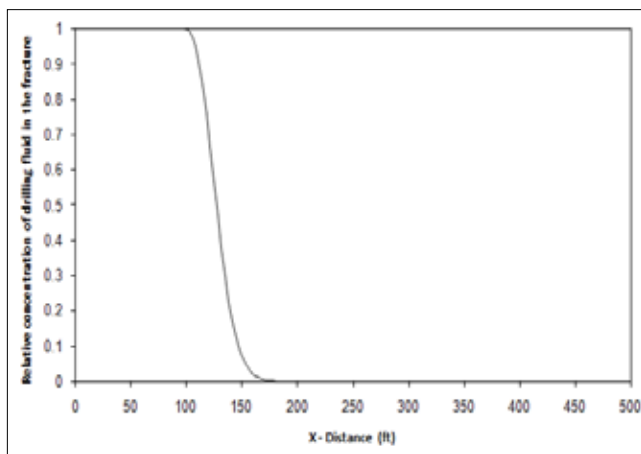
سازند در نظر گرفته شود. در این مورد شعاع آسیب سازند معادل ۱۷۰ فوت در نظر گرفته شده و نفوذ جانبی سیال حفاری در هر نقطه در امتداد شکاف می‌تواند با رسم غلظت نسبی برحسب مساحت از محور Y در آن نقطه به دست آید. به‌عنوان نمونه، در نقطه اختیاری $X=111/1275$ فوت، نفوذ جانبی برابر با $3/5$ فوت از این نمودار و با روش توصیف‌شده در بالا به‌دست آمده است.

نتیجه‌گیری

بر اساس این مطالعه نتایج زیر به دست آمد:

- ۱- یک مدل ریاضی به‌منظور پیش‌بینی شعاع آسیب سیال حفاری به یک سازند شکافدار طبیعی توسعه داده شد.
- ۲- شعاع نفوذ سیال حفاری به درون شکاف فرض شده برای مدت‌زمان یک ساعت هرزروی با استفاده از مدل توسعه داده‌شده برابر با ۱۷۰ فوت به دست آمد.
- ۳- نفوذ جانبی سیال حفاری در امتداد جریان شکاف به درون ماتریس در نقطه اختیاری $X=111/1265$ فوت از چاه معادل $3/5$ فوت شبیه‌سازی شد.
- ۴- نفوذ جانبی سیال حفاری از شکاف به درون ماتریس در امتداد جریان درون شکاف کاهش یافت.
- ۵- تأثیر پدیده همرفت بر روی نفوذ سیالات به درون شکاف خیلی بیشتر از تأثیر پدیده‌ی پخش است. ■

شبكة در جهت x و در جهت y ، یک مطالعه پارامتری انجام‌شده و در نتیجه $\Delta t=0/1$ به‌عنوان بازه زمانی بهینه، تعداد نقاط در جهت X برابر با ۱۵۰ و تعداد نقاط در جهت Y برابر با ۱۴۰۰ در نظر گرفته شد (شکل‌های ۸ تا ۱۰). شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نتایج داده‌های ذکر شده را برای یک ساعت هرزروی نشان می‌دهند. غلظت نسبی سیال حفاری برحسب فاصله از محور X (پروفایل غلظت در امتداد شکاف) در شکل-۱۲ رسم شده است. نقطه‌ای که در آن غلظت سیال حفاری به صفر می‌رسد می‌تواند به‌عنوان شعاع آسیب



شکل ۱۲ | غلظت نسبی سیال حفاری برحسب فاصله از محور x در شکاف

پانویس‌ها

- | | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Skin effect 2. matrix 3. Radius of skin 4. Porous media 5. S-shaped 6. Low Peclet number 7. Bulk flow 8. Convective phenomena | <ol style="list-style-type: none"> 9. Orientation 10. Diafragm 11. Rock matrix 12. Equivalent porous medium 13. Discrete fracture network 14. Mud cake 15. Fractures |
|---|---|

منابع

- [1]. Simpson, J.P., Drilling Fluid Filtration Under Stimulated Down-hole Conditions, Society of Petroleum Engineers, In SPE Symposium on Formation Damage Control, 1974.
- [2]. Boonyapaluk P., Hareland G., Optimum Acid Volume Estimation Using Real-Time Skin Evaluation, Society of Petroleum Engineers, In SPE Latin America/Caribbean Petroleum Engineering Conference, 1996.
- [3]. Green, Don W., Willhite, G. Paul., Enhanced Oil Recovery, Vol. 6, Richardson, Texas, SPE Textbook Series, 1998, pp 54-61.
- [4]. Stephen G. Schmelling and Randall R. Ross, Contaminant Transport in Fractured Media: Models for Decision Makers, Environmental Protection Agency, 2004, Vol. 540, pp 4-89.
- [5]. Berkowitz, and Brian, Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review, Advances in Water Resources, 2002, Vol. 25, pp 861-884.
- [6]. Pankow, J.F., Johnson, R.L., Hewetson, J.P., and Cherry, J.A., An Evaluation of Contaminant Migration Patterns at Two Waste Disposal Sites on Fractured Porous Media in Terms of the Equivalent Porous Medium (EPM) Model, Journal of Contaminant Hydrology, 1986, Vol. 1, pp 65-76.
- [7]. Tang, D.H., Frind, E.O., Sudicky, E.A., Contaminant Transport in Fractured Porous Media: Analytical Solution for a Single Fracture, Water Resources Research, 1981, Vol. 17, No. 3, pp 555-564.
- [8]. Donaldson, E.C., and Chernoglazov, V., Characterization of Drilling Mud Fluid Invasion, Journal of Petroleum Science and Engineering, 1987, Vol. 1, No. 1, pp 3-13.