

کاربرد تحلیل خوشه‌ای برای تعریف عدد ناهمگنی در مدل‌های زمین‌شناسی

مصطفی گنجه‌قزوینی*، پژوهشکده‌ی ازدیاد برداشت از مخازن نفت و گاز

چکیده

معمولاً خواص پتروفیزیکی در یک محیط رسوبی طبیعی از مکانی به مکانی دیگر متغیر هستند. این تغییرات مکانی که آنها را با عنوان ناهمگنی می‌شناسیم نقش مهمی در شاخه‌های مختلف علوم و مهندسی مانند زمین‌شناسی، هیدرولوژی و مهندسی نفت ایفا می‌کنند. با وجود توسعه‌ی معیارهای گوناگون برای کمی‌سازی و سنجش ناهمگنی، بسیاری از این معیارها در توصیف آرایش یا چیدمان مقادیر ویژگی‌ها، ضعف‌هایی دارند. برای حل این مشکل، یک معیار ناهمگنی پیشنهاد می‌شود که بر مبنای شناسایی خوشه‌های تراوا توسعه یافته است. بدین منظور چندین مدل زمین‌شناسی با ساختارهای مختلف ساخته شده و حساسیت معیار ناهمگنی جدید نسبت به چیدمان مقادیر تراوایی بررسی می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که مجاورت یا عدم مجاورت مناطق پرتراوا در کنار مناطق کم‌تراوا تأثیر محسوسی بر مقدار عدد ناهمگنی خوشه‌ای دارد.

اطلاعات مقاله

تاریخ ارسال نویسنده: ۹۵/۰۳/۴

تاریخ ارسال به داور: ۹۵/۰۳/۴

تاریخ پذیرش داور: ۹۵/۰۹/۱۵

واژگان کلیدی:

ناهمگنی، نوع سنگ، خوشه، توان هرست

مقدمه

به‌جواز زمین‌نشت کند [۳]. در میان خواص مختلف، تراوایی مطلق از اهمیت فراوانی برخوردار است؛ زیرا از یک‌سو مستقیماً رفتار جریان‌ی در محیط متخلخل را کنترل می‌کند و از سوی دیگر، تغییرات آن بیشتر از تغییرات سایر ویژگی‌هاست. این دو موضوع توضیح می‌دهد که چرا اکثر معیارهای سنجش ناهمگنی بر اساس تغییرات تراوایی استوار شده‌اند [۴].

معیارهای سنجش ناهمگنی را می‌توان در دو گروه عمده‌ی معیارهای استاتیک و معیارهای دینامیک طبقه‌بندی کرد. تفاوت این گروه‌ها به وابستگی یا عدم وابستگی آنها به جریان سیال بستگی دارد. مشهورترین معیار استاتیک ناهمگنی ضریب دایکسترا-پارسونز^۱ (V_{DP}) است که طبق معادله‌ی ۱- تعریف می‌شود [۴]:

$$V_{DP} = \frac{k_{0.50} - k_{0.841}}{k_{0.50}} \quad (1)$$

در معادله‌ی ۱- $k_{0.50}$ و $k_{0.841}$ به ترتیب بیانگر ۵۰ و ۸۴/۱ امین مقادیر تراوایی در ترتیب نزولی داده‌ها هستند. برای تعیین V_{DP} ابتدا داده‌های تراوایی را به‌صورت نزولی مرتب می‌کنیم. سپس به‌هر داده یک مقدار احتمال نسبت می‌دهیم و لگاریتم مقادیر تراوایی را بر حسب احتمال آنها رسم می‌کنیم. اگر تعداد کل داده‌ها را n فرض کرده و آنها را به ترتیب نزولی بنویسیم اولین و آخرین داده به ترتیب حداکثر و حداقل داده‌ها هستند. احتمال داده‌ی k_{α} را می‌توان به‌صورت $\frac{k}{n+1}$ نوشت. در شکل ۱- نحوه‌ی تعیین V_{DP} نشان داده شده است.

ضریب دایکسترا-پارسونز برای مطالعات انتشار^۲ در محیط متخلخل

طی میلیون‌ها سال، عوامل متعددی بر ویژگی‌های پتروفیزیکی یک محیط رسوبی (مانند یک مخزن هیدروکربنی) اثر می‌گذارند که از مهم‌ترین آنها می‌توان به فرآیندهای تکنونیک، فرسایش لایه‌ها و جابجایی سازندهای زیرزمینی در اثر گسل‌ها اشاره کرد. علاوه بر این تغییر تدریجی در فشار و دمای محیط رسوبی، فرآیندهایی مانند انحلال، سیمانی شدن، کریستالی شدن مجدد و تغییر در کانی‌های تشکیل‌دهنده‌ی سنگ یا به‌طور کلی فرآیندهای دیاژنز [۱] نیز خواص پتروفیزیکی اولیه‌ی یک سازند را تغییر می‌دهند. مجموعه‌ی این عوامل سبب ایجاد ناهمگنی^۱ در یک محیط رسوبی طبیعی می‌شود.

معمولاً ناهمگنی را به‌صورت تغییرات مکانی در یک ویژگی تعریف می‌کنند. یک مدل زمین‌شناسی در خاصیتی معین ناهمگن است اگر با تغییر مکان، تغییرات محسوسی در آن ویژگی مشاهده شود. اگر تغییرات محسوس نباشد می‌توان از واژه‌ی همگن^۲ استفاده کرد. اگر مقدار ویژگی در همه‌ی نقاط سیستم برابر با عدد واحد و معینی فرض شود آن مدل یکنواخت^۲ خواهد بود. نکته‌ی مهم در تشخیص مقدار ناهمگنی یک سیستم، مقیاس تحت مطالعه است؛ مثلاً ممکن است تراوایی یک مغزه‌ی کوچک در تمامی آن یکنواخت فرض شود اما با تهیه‌ی چند مقطع نازک^۳ از آن، قابلیت گذردهی سیال توسط سنگ به شدت ناهمگن باشد.

تشخیص و شناخت ناهمگنی تأثیر قابل توجهی بر دینامیک جریان سیالات دارد [۲]. نادیده گرفتن این متغیر مهم ممکن است فرآیند پرهزینه‌ی ازدیاد برداشت را با شکست مواجه کند یا باعث شود حجم زیادی از دی‌اکسید کربن ذخیره شده در لایه‌های زیرزمینی،

* نویسنده‌ی عهده‌دار مکاتبات (mostafa.g.qazvini@gmail.com)

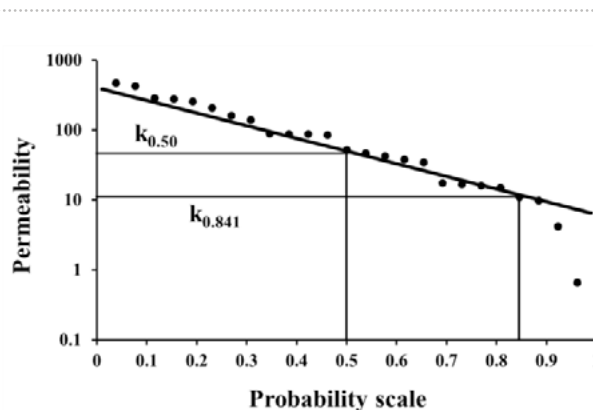
بعد فراکتالی رابطه‌ای خطی با توان هرست دارد [۱۶]. مقدار توان هرست که در بازه‌ی [۰/۱] تغییر می‌کند نحوه‌ی آرایش یا چیدمان مقادیر تراوایی را در کل گستره‌ی یک مدل کنترل می‌کند. از دیدگاه زمین‌آمار اگر این توان برابر ۰/۵ باشد ($H=0.5$) طول هم‌بستگی در نقشه‌های تراوایی بسیار کوتاه خواهد بود [۱۶]. اگر مقدار آن بیشتر یا کمتر از ۰/۵ باشد به ترتیب نقشه‌ی تراوایی با طول هم‌بستگی مثبت یا منفی خواهد بود. طول هم‌بستگی مثبت ($H>0.5$) بدان معناست که در نقشه، مقادیر پرتراوا در کنار هم و مقادیر کم تراوا نیز در مجاورت یکدیگر قرار گرفته‌اند. با حرکت از یک نقطه‌ی پرتراوا به سوی مناطق کم تراوا، در مسیر عبور به تدریج تراوایی کم و کمتر خواهد شد. این ویژگی را به صورت گذار ملایم^{۱۱} نیز می‌توان تصور کرد. در نقشه‌هایی با طول هم‌بستگی منفی ($H<0.5$) شاهد گذار حادثری هستیم؛ زیرا مقادیر کوچک و بزرگ تراوایی در مجاورت یکدیگر قرار دارند. در این شرایط اگر بین دو نقطه با فاصله‌ای معین حرکت کنیم ممکن است پس از پشت‌سر گذاشتن مناطق پرتراوا بلافاصله وارد مناطق کم تراوا شویم (شکل ۲-). در هر دو نقشه‌ی تراوایی، مقادیر میانگین و واریانس کل در مقیاس لگاریتم طبیعی یکسان است ($k_m=4$ و $\sigma_m^2=2.56$) اما آرایش مقادیر تراوایی اختلاف فاحشی را نشان می‌دهد.

همان‌گونه که اشاره شد برای بیان ناهمگنی از اطلاعات جریان سیال در معیارهای دینامیکی استفاده می‌شود. در این موارد علاوه بر نقشه‌ی توزیع تراوایی به مدل دینامیکی مخزن، نیازمند مکان قرارگیری چاه‌ها و شرایط عملیاتی آنها نیز هستیم که البته ممکن است تعدادی از این ورودی‌ها در زمان‌های اولیه‌ی توسعه‌ی مخزن موجود نباشند. از مهم‌ترین معیارهای دینامیکی ناهمگنی می‌توان ضریب دینامیکی لورنز [۱۷] و معکوس ضریب تغییرات گردابه‌ی سرعت^{۱۳} [۱۸] را نام برد.

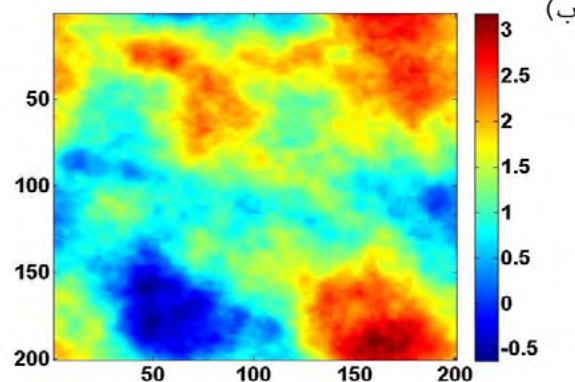
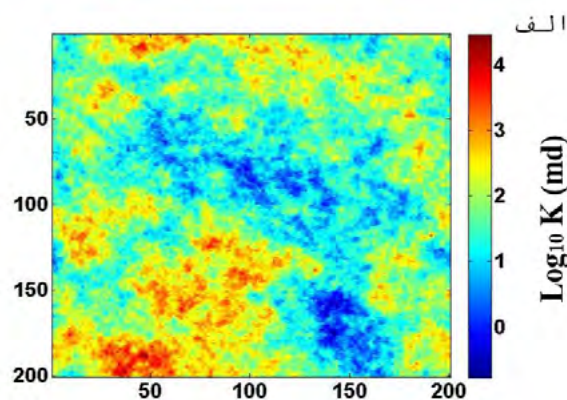
یکی از ضعف‌های عمده‌ی شاخص‌های استاتیکی آنست که تقریباً تمامی آنها (به جز بعد فراکتالی سیستم یا توان هرست) بر اساس تحلیل کل داده‌های تراوایی استوارند و به مکان قرارگیری داده‌ها نسبت به یکدیگر توجهی ندارند. به بیان دیگر نحوه‌ی چیدمان فضایی و آرایش نسبی داده‌ها مغفول مانده است. مثلاً اگر دو نقشه‌ی توزیع تراوایی شکل ۲- را در نظر بگیریم در هر دو مدل، توزیع کل تراوایی از لگاریتم-نرمال پیروی کرده و میانگین و واریانس داده‌ها نیز یکسان است. در چنین شرایطی، اختلاف ضریب دایکسترا-پارسونز بین دو مدل بسیار اندک خواهد بود. در حالی که در نقشه‌ی (الف) از شکل ۲- مقادیر اندک تراوایی در مجاورت مقادیر بزرگ قرار گرفته‌اند (طول هم‌بستگی منفی) و در نقشه‌ی (ب) تجمع مقادیر بزرگ تراوایی در کنار یکدیگر مشاهده می‌شود (طول هم‌بستگی مثبت). اگرچه توان هرست می‌تواند برای توصیف آرایش فضایی داده‌ها به کار رود، اما تعیین این متغیر برای مدل‌هایی

[۵]، بازیافت نفت از مخازن [۶۷] و ذخیره‌سازی دی‌اکسید کربن در لایه‌های آبد [۸] به کار رفته است. سایر معیارهای استاتیک مواردی از قبیل ضریب لورنز [۹]، عامل ناهمگنی [۱۰]، شاخص ماسه‌ای^{۱۱} [۱۱]، ضریب تغییرات^{۱۲} [۱۲]، انحراف معیار و طول هم‌بستگی [۱۳ و ۱۴] هستند.

بابادانگلی و همکاران بعد فراکتالی سیستم را برای درجه‌ی ناهمگنی نقشه‌هایی که به روش fBm^۹ تولید شده‌اند پیشنهاد کردند [۱۵].



شکل ۱ | تعیین ضریب دایکسترا-پارسونز



شکل ۲ | مثالی از توزیع تراوایی در مدل‌های fBm؛ (الف) توان هرست=۰/۲ (ب) توان هرست=۰/۸

ضلع مشترکی با هیچ یک از بلوک‌های خوشه‌ی C#1 ندارد نمی‌تواند بخشی از این خوشه محسوب شود.

هر نوع سنگ که به بازه‌ی مشخصی از مقادیر تراوایی اطلاق می‌شود، نقاط انتهایی معینی دارد. این نقاط انتهایی ممکن است بر مبنای ملاحظات پتروفیزیکی تعیین شوند، اما در این مقاله به گونه‌ای تعیین می‌گردند که تغییرات تراوایی در یک بازه، تا حد امکان اندک باشد. بدین منظور از روش k-means استفاده می‌شود تا مجموع مجذور فواصل درون همه‌ی نوع سنگ‌ها حداقل گردد. مسأله‌ی تعیین بازه‌ی تراوایی (با نقاط انتهایی هر بازه) برای هر نوع سنگ را می‌توان با مسأله‌ی بهینه‌سازی زیر جایگزین کرد [۲۰]:

$$\arg \min_{RT_i} \sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in RT_i} (x_j - \bar{x}_i)^2 \quad (2)$$

در معادله‌ی ۲-، k تعداد شناسه‌های نوع سنگ بوده و RT_i زیربازه‌ی از مقادیر تراوایی است که به نوع سنگ i اشاره می‌کند. \bar{x}_i میانگین حسابی مقادیر x_j هایی است که به زیربازه‌ی RT_i تعلق دارند. برای حل مسأله‌ی بهینه‌سازی بالا، ابتدا تمامی مقادیر تراوایی در همه‌ی بلوک‌های مدل مخزن را به ترتیب صعودی (یا نزولی) مرتب می‌کنیم. منظور از مدل مخزن معمولاً مدلی است که توزیع تراوایی در آن از روش‌های زمین‌آمار به دست آمده و حاوی جزئیات کافی باشد. سپس با فرض معلوم بودن تعداد شناسه‌های نوع سنگ (k)، مجموعه‌ی تمامی مقادیر تراوایی را به k زیربازه‌ی مجزا تقسیم می‌کنیم. طول و نقاط انتهایی هر زیربازه به گونه‌ای تعیین می‌شود که عبارت $\sum_{i=1}^k \sum_{x_j \in RT_i} (x_j - \bar{x}_i)^2$ حداقل مقدار ممکن را داشته باشد. بدیهی است که در هر زیربازه (یا RT_i) تعدادی از مقادیر تراوایی قرار می‌گیرند که هر مقدار را با \bar{x} نمایش می‌دهیم. میانگین حسابی همه‌ی مقادیر \bar{x} نیز برای زیربازه‌ی RT_i محاسبه شده و حاصل با \bar{x}_i نشان داده می‌شود. قبل از اعمال این روش ضروری است تعداد نوع سنگ‌ها را بدانیم که بستگی به گستره‌ی مقادیر تراوایی دارد. یک راه ساده برای تعیین این عدد، استفاده از نسبت بزرگ‌ترین عدد تراوایی به کوچک‌ترین مقدار آن است. مثلاً اگر گستره‌ی تراوایی به اندازه‌ی بزرگ باشد که این نسبت حدود ۱۰۰۰ شود تمامی مقادیر تراوایی را به مقیاس لگاریتمی می‌برند تا مسأله‌ی بهینه‌سازی (معادله‌ی ۲) حل گردد. در این مثال می‌توان تعداد شناسه‌های نوع سنگ را برابر با ۳ یا ۴ فرض کرد. بدیهی است که حداقل تعداد معقول برای نوع سنگ‌ها برابر با ۲ است اما حداکثر تعداد آن بستگی به گستره‌ی مقادیر تراوایی دارد. البته با افزایش تعداد نوع سنگ، شاید زمان حل مسأله‌ی بهینه‌سازی افزایش یابد. به نظر می‌رسد تعداد شناسه‌های نوع سنگ در اکثر موارد از ۳ تا ۹ کافی باشد.

ناهمگنی یک مدل زمین‌شناسی را می‌توان به دو مؤلفه تفکیک

که نقشه‌ی تراوایی آنها از توزیع فراکنالی پیروی نمی‌کند معقول به نظر نمی‌رسد. بخش بعدی نشان می‌دهد که چگونه می‌توان جهت حل این مسأله از تحلیل‌های خوشه‌ای برای تعریف یک عدد ناهمگنی استفاده کرد.

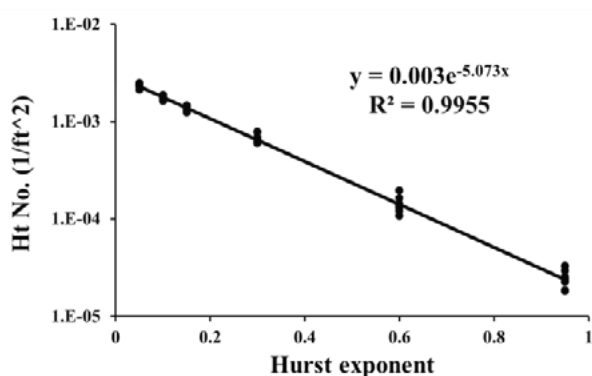
۱- روش کار: معرفی عدد ناهمگنی خوشه‌ای

یک ایده‌ی ساده برای توصیف سیستمی رسوبی آنست که محیط متخلخل متشکل از چند ناحیه فرض شود. روشن است که تمیز دادن این نواحی از یکدیگر نیازمند معیاری است که بتواند از شاخصه‌های دیاژنز و رسوب‌گذاری تا خواص جریانی و ذخیره‌سازی سیال متفاوت باشد. در این مقاله معیار انتخابی، بازه‌ی معینی از تراوایی سنگ است که برای سادگی آنرا نوع سنگ^{۱۴} نامیده و با RT نشان می‌دهیم. اگر محدوده‌ی کل مقادیر تراوایی را به طریقی به چند زیربازه تقسیم کنیم هر زیربازه متناظر با یک نوع سنگ و هر نوع سنگ متناظر با یک زیربازه خواهد بود (تناظر یک به یک). مثلاً RT#1 و RT#2 به ترتیب، محدوده‌ی تراوایی (۱/۹) و (۹/۲۵) میلی‌داری را نشان می‌دهند. بنابراین هر بلوک بسته به مقدار تراوایی خود، یک شناسه‌ی نوع سنگ (RT-ID) خواهد داشت. اگر توزیع شناسه‌های نوع سنگ را در تمامی گستره‌ی یک مدل بیابیم، واحدهای مجزایی به نام خوشه^{۱۵} قابل شناسایی خواهد بود. یک خوشه، مجموعه‌ای از بلوک‌های همسایه است که همگی یک نوع سنگ معین داشته باشند. دو بلوک را همسایه گوئیم اگر در فضای دوبعدی (یا سه‌بعدی) یک ضلع (یا یک وجه) مشترک داشته باشند [۱۹]. شکل ۳- توزیع شناسه‌های نوع سنگ را برای یک سیستم کوچک نشان می‌دهد. در این سیستم که از پانزده بلوک و سه نوع سنگ تشکیل شده، یک خوشه (C#1) نیز شناسایی شده است. خوشه‌ی C#1 شامل همه‌ی بلوک‌های همسایه‌ای است که به نوع سنگ RT#2 تعلق دارند. یک خوشه معمولاً توسط بلوک‌هایی که نوع سنگ متفاوتی دارند احاطه می‌شود. مثلاً دامنه‌ی جنوبی خوشه‌ی C#1 مجاور بلوک‌هایی از نوع سنگ RT#2 است. بلوکی که در گوشه‌ی شمال شرقی قرار دارد نیز گرچه در نوع سنگ RT#2 جای می‌گیرد اما چون هیچ

RT#1	RT#1	RT#2
RT#1	RT#2, C#1	RT#3
RT#2, C#1	RT#2, C#1	RT#3
RT#1	RT#2, C#1	RT#2, C#1
RT#1	RT#1	RT#1

برای آنکه ناهمگنی بین هر جفت خوشه تنها یک بار محاسبه شود نیازمند ضریب $\frac{1}{2}$ هستیم. شایان ذکر است که در معادله‌ی ۵- برخی جملات ضریب تغییرات که شرط همسایگی برای دو خوشه‌ی مورد بحث آن صادق نیست عملاً صفر خواهد بود. عدد ناهمگنی (Ht) در واقع مجموع جبری دو مقدار ناهمگنی بین خوشه‌ای و درون خوشه‌ای است:

$$H_t = H_{ac} + H_{ec} \quad (6)$$



۴ | رابطه‌ی توان هرست و عدد ناهمگنی خوشه‌ای



۱۱ | مقادیر عدد ناهمگنی خوشه‌ای و مؤلفه‌های آن برای برخی از مدل‌های فراکتالی

شماره‌ی مدل	توان هرست	$H_{ac} (ft^{-2})$	$H_{ec} (ft^{-2})$	$H (ft^{-2})$
1#	۰/۰۵	$3/16 \times 10^{-4}$	$2/13 \times 10^{-3}$	$2/44 \times 10^{-3}$
2#	۰/۰۵	$2/98 \times 10^{-4}$	$2/05 \times 10^{-3}$	$2/35 \times 10^{-3}$
3#	۰/۱	$2/44 \times 10^{-4}$	$1/47 \times 10^{-3}$	$1/72 \times 10^{-3}$
4#	۰/۱	$2/42 \times 10^{-4}$	$1/61 \times 10^{-3}$	$1/85 \times 10^{-3}$
5#	۰/۱۵	$1/71 \times 10^{-4}$	$1/13 \times 10^{-3}$	$1/30 \times 10^{-3}$
6#	۰/۱۵	$1/74 \times 10^{-4}$	$1/26 \times 10^{-3}$	$1/44 \times 10^{-3}$
7#	۰/۳	$7/16 \times 10^{-5}$	$5/57 \times 10^{-4}$	$6/28 \times 10^{-4}$
8#	۰/۳	$6/8 \times 10^{-5}$	$5/43 \times 10^{-4}$	$6/11 \times 10^{-4}$
9#	۰/۶	$1/06 \times 10^{-5}$	$9/68 \times 10^{-5}$	$1/07 \times 10^{-4}$
10#	۰/۶	$1/19 \times 10^{-5}$	$1/2 \times 10^{-4}$	$1/32 \times 10^{-4}$
11#	۰/۹۵	$6/18 \times 10^{-6}$	$2/34 \times 10^{-5}$	$2/96 \times 10^{-5}$
12#	۰/۹۵	$5/08 \times 10^{-6}$	$1/84 \times 10^{-5}$	$2/35 \times 10^{-5}$

کرد: ناهمگنی درون خوشه‌ای^{۱۶} و ناهمگنی بین خوشه‌ای^{۱۷} [۲۰]. مؤلفه‌ی اول توضیح می‌دهد که بلوک‌های درون یک خوشه چه مقدار از یکدیگر متفاوتند. باید توجه داشت که گرچه بلوک‌های یک خوشه از یک نوع سنگ هستند اما به‌ندرت مقادیر کاملاً یکسانی از تراوایی دارند. ناهمگونی برای هر خوشه را می‌توان با ضریب تغییرات آن بیان کرد. ضریب تغییرات، نسبت انحراف معیار به میانگین مقادیری است که به آن خوشه‌ی خاص تعلق دارند. هر خوشه که از تعداد محدودی بلوک تشکیل می‌شود، ضریب تغییرات مخصوص به خود را خواهد داشت. با تقسیم مجموع همه‌ی ضریب تغییرات بر مساحت (یا حجم) سیستم در فضای دوبعدی (یا سه‌بعدی)، عدد ناهمگنی درون خوشه‌ای (H_{ac}) تعریف می‌شود.

$$H_{ac} = \frac{\sum C_i \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)_{over C_i}}{sys.area} \quad (3)$$

σ و μ به ترتیب انحراف معیار و میانگین مقادیری هستند که به خوشه‌ی C_i تعلق دارند. این تعریف خاص تصریح می‌کند که هر جزء ناهمگنی خوشه‌ای به مقدار کل H_{ac} کمک می‌کند. مخرج کسر که مساحت یا حجم سیستم است دلالت بر مقدار ناهمگنی در واحد سطح یا واحد حجم دارد. علاوه بر آن، این معادله توضیح می‌دهد که چرا با ورود یک خوشه‌ی گسترده با ویژگی‌های یکنواخت به کل سیستم، ناهمگنی کاهش می‌یابد. با ورود این خوشه‌ی جدید، در عین ثابت ماندن مقدار صورت کسر، مخرج آن افزایش یافته و مطابق انتظار، ناهمگنی درون خوشه‌ای کاهش خواهد یافت.

ناهمگنی بین خوشه‌ای، شاخصی برای بیان مقدار تفاوت در تراوایی بلوک‌هایی است که به دو خوشه‌ی همسایه تعلق دارند. به‌علت آنکه بلوک‌های هدف در این مؤلفه، از نوع سنگ‌های مختلف هستند انتظار می‌رود که مقدار ناهمگنی بین خوشه‌ای از ناهمگنی درون خوشه‌ای بسیار بیشتر باشد. ناهمگنی بین خوشه‌ی C_i و خوشه‌ی C_j را می‌توان از ضریب تغییرات تلفیقی آنها به‌دست آورد:

$$CV(C_i, C_j) = \begin{cases} \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)_{over C_i \cup C_j} & \text{if } C_i \text{ and } C_j \text{ are distinct} \\ & \text{neighborin g clusters,} \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

در معادله‌ی ۴-، σ و μ انحراف معیار و میانگین حسابی مقادیر تراوایی‌های عضو مجموعه‌ی $C_i \cup C_j$ هستند. اگر تعداد کل خوشه‌ها N باشد عدد ناهمگنی بین خوشه‌ای (H_{ac}) از معادله‌ی ۵- به‌دست می‌آید:

$$H_{ac} = \frac{\sum C_i \sum C_j CV(C_i, C_j)}{2 \times sys.area} \quad (5)$$

نوع لگاریتم-نرمال بوده و مقادیر میانگین و واریانس کل (در مقیاس لگاریتمی) یکسان است ($k_n=4$ و $\sigma_n^2=2.56$). سپس عدد ناهمگنی خوشه‌ای (Ht) برای همه‌ی مدل‌ها محاسبه شد که جزئیات آن برای تعدادی از مدل‌ها در جدول ۱ گزارش شده است. در شکل ۴ رابطه‌ی بین توان هرست و عدد ناهمگنی نشان داده شده است.

شکل ۴ به روشنی نشان می‌دهد که رابطه‌ی معناداری (با ضریب همبستگی تقریباً برابر یک) بین عدد ناهمگنی خوشه‌ای و توان هرست وجود دارد. با افزایش این توان، مقدار عدد ناهمگنی کاهش می‌یابد؛ زیرا همان‌طور که انتظار می‌رود مناطق با تراوایی زیاد در کنار هم قرار گرفته‌اند و خوشه‌های کم‌تراوا نیز با یکدیگر همسایه می‌شوند. در این حالت چون تغییرات تراوایی بین دو خوشه‌ی مجاور اندک است مؤلفه‌ی ناهمگنی بین خوشه‌ای و عدد ناهمگنی کاهش می‌یابد (معادلات ۵ و ۶).

با کاهش توان هرست به‌ویژه در مقادیر کوچک‌تر از ۰/۵، نقشه‌هایی تولید می‌شوند که در آنها احتمال همسایگی مناطق پرتراوا و کم‌تراوا افزایش می‌یابد. در نتیجه تغییرات تراوایی بین دو خوشه‌ی مجاور افزایش می‌یابد که منجر به رشد مؤلفه‌ی ناهمگنی بین خوشه‌ای و نیز عدد ناهمگنی می‌گردد. شکل ۴ به‌خوبی حساسیت زیاد عدد ناهمگنی خوشه‌ای نسبت به چیدمان مقادیر تراوایی را تأیید می‌کند. یکی از مزایای عدد ناهمگنی نسبت به توان هرست عمومیت یا کلیت این متغیر است. در تعریف عدد ناهمگنی هیچ فرض خاصی مبنی بر اینکه نقشه‌ی تراوایی از مدلی خاص (مانند فراکتالی یا غیره) تبعیت کند به کار نرفته است. به‌عبارت دیگر می‌توان از آن برای همه‌ی تحقق‌های زمین‌شناسی که با یکی از روش‌های زمین‌آمار تولید شده‌اند استفاده کرد.

نتیجه‌گیری

- در آن دسته از معیارهای ناهمگنی که بر اساس تحلیل تمامی مقادیر توسعه یافته‌اند اثر ناهمگنی‌های مرتبط با آرایش مکانی داده‌ها دیده نمی‌شود.
- توان هرست چیدمان مقادیر تراوایی در مدل‌های فراکتالی (مانند fBm) را کنترل می‌کند.
- برای توصیف و کمی‌سازی ناهمگنی از عدد ناهمگنی خوشه‌ای استفاده شد. به‌دلیل آنکه در این معیار جدید از هیچ فرض محدودکننده‌ی خاصی استفاده نشده می‌توان آنرا برای هر نوع مدل زمین‌شناسی به کار برد.
- با شناسایی خوشه‌های کم‌تراوا و پرتراوا می‌توان اطلاعات مفیدی را از نحوه‌ی قرار گرفتن مقادیر تراوایی نسبت به یکدیگر استخراج کرد. ناهمگنی‌های مربوط به آرایش مکانی داده‌ها نیز در مؤلفه‌ی ناهمگنی بین خوشه‌ای منعکس می‌شود.

مقدار عدد ناهمگنی به تعداد شناسه‌های نوع سنگ بستگی دارد و معمولاً با افزایش آن، تعداد خوشه‌های درون مدل نیز افزایش می‌یابد که طبق معادلات ۳ و ۵ به ترتیب، عدد ناهمگنی درون خوشه‌ای و عدد ناهمگنی بین خوشه‌ای نیز رشد می‌کنند. بنابراین برای مقایسه‌ی ناهمگنی بین دو مدل مختلف که گستره‌ی تراوایی‌های کم و بیش مشابهی دارند ضروری است تعداد شناسه‌های نوع سنگ نیز یکسان باشد.

انتظار می‌رود که عدد ناهمگنی خوشه‌ای بتواند اثر آرایش فضایی مقادیر تراوایی را نیز لحاظ کند. مثلاً دو نقشه‌ی تراوایی را در نظر بگیرید که متغیرهای آماری آنها کاملاً یکسان است اما در آرایش یا چیدمان تراوایی اختلاف فاحشی با یکدیگر دارند. در یک نقشه، خوشه‌های با تراوایی اندک در کنار خوشه‌های با تراوایی زیاد قرار دارند اما در تحقق دیگر، انتقال ملایمی از تراوایی‌های کم به تراوایی‌های زیاد قابل مشاهده است. در این صورت، احتمالاً مؤلفه‌ی ناهمگنی بین خوشه‌ای (H_{ac}) در دو مدل متفاوت بوده که اختلاف معناداری را در اعداد ناهمگنی ایجاد خواهد کرد. در ادامه حساسیت عدد ناهمگنی خوشه‌ای نسبت به آرایش مقادیر تراوایی بررسی می‌شود.

۲- نتایج و بحث: حساسیت‌سنجی عدد ناهمگنی خوشه‌ای به چیدمان تراوایی

آزمایش حساسیت عدد ناهمگنی خوشه‌ای نسبت به آرایش فضایی مقادیر تراوایی نیازمند تعدادی نقشه‌ی تراوایی است که در آنها میانگین، واریانس، تابع توزیع احتمال و دامنه‌ی تغییرات تراوایی یکسان بوده و فقط موقعیت قرار گرفتن داده‌ها نسبت به یکدیگر متفاوت باشد. یکی از روش‌های تولید مدل‌های زمین‌شناسی برای تحقق این هدف، روشی است که برای ساخت مدل‌های فراکتالی fBm استفاده می‌شود. جزئیات و الگوریتم این روش در منبع [۲۱] آمده است. در این مدل‌ها تابع توزیع احتمال برای کل داده‌ها از جنس نرمال (یا به‌طور کلی قابل تبدیل به تابع توزیع نرمال) بوده و طول همبستگی تقریباً با ابعاد سیستم برابر است. همان‌گونه که قبلاً توضیح داده شد آرایش مقادیر تراوایی به کمک توان هرست تنظیم می‌شود؛ اگر مقدار این توان کوچک‌تر از ۰/۵ باشد مقادیر کم‌تراوا و پرتراوا در کنار یکدیگر نشسته‌اند و اگر بزرگ‌تر از ۰/۵ باشد تغییری تدریجی از مقادیر کم‌تراوا به پرتراوا دیده می‌شود. برای حساسیت‌سنجی، چند گروه نقشه‌ی تراوایی با توان‌های هرست برابر با ۰/۰۵، ۰/۱، ۰/۱۵، ۰/۳، ۰/۶ و ۰/۹۵ در نظر گرفته شد و برای هر دسته نیز ده مدل fBm ساخته شد. هر مدل از 200×200 بلوک (با ابعاد ۵ فوت در راستای هر دو محور افقی) تشکیل می‌شود. در تمامی این مدل‌ها، تابع توزیع احتمال از

1. Heterogeneity	7. Sand index	13. Vorticity of velocity
2. Homogeneous	8. Coefficient of variation	14. Rock Type
3. Uniform	9. fractional Brownian motion	15. Cluster
4. Thin section	10. Hurst exponent	16. Intra-cluster heterogeneity number
5. Dykstra-Parsons coefficient	11. Positive correlation length	17. Inter-cluster heterogeneity number
6. Dispersion	12. Smooth transition	

- [1] Levorsen, A.I., *Geology of Petroleum*, second edition, New York, W.H. Freeman and Company, 1967, pp. 67
- [2] Jonoud, S., Wennberg, O.P., Larsen, A., Casini, G., Capturing the effect of fracture heterogeneity on multiphase flow during fluid injection, *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*, 2013, Vol. 16, No. 2, pp.194-208
- [3] Hou, Z., Engel, D.W., Lin, G., Fang, Y., Fang, Z., An Uncertainty Quantification Framework for Studying the Effect of Spatial Heterogeneity in Reservoir Permeability on CO₂ Sequestration, *Mathematical Geosciences*, 2013, Vol. 45, No. 7, pp. 799-817
- [4] Lake, L.W., Jensen, J.L., A review of heterogeneity measures used in reservoir characterization, SPE-20156-MS, 1989, Society of Petroleum Engineers
- [5] Arya, A., Hewett, T.A., Larson, R.G., Lake, L.W., Dispersion and Reservoir Heterogeneity, *SPE Reservoir Engineering Journal*, 1988, Vol. 3, No. 1, pp. 139-148
- [6] Green, D.W., Willhite, G.P., *Enhanced Oil Recovery*, Henry L. Doherty Memorial Fund of AIME, Texas, Society of Petroleum Engineers, 2003
- [7] Chen, C., Balhoff, M.T., Mohanty, K.K., Effect of Reservoir Heterogeneity on Primary Recovery and CO₂ Huff 'n' Puff Recovery in Shale-Oil Reservoirs, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2014, Vol. 17, No. 3, pp. 404-413
- [8] Yang, F., Bai, B., Dun-Norman, S., Modeling the effects of completion techniques and formation heterogeneity on CO₂ sequestration in shallow and deep saline aquifers, *Environmental Earth Sciences*, 2011, Vol. 64, No. 3, pp. 841-849
- [9] Schmalz, J.P., Rahme, H.S., The variation in water Flood Performance with Variation in Permeability Profile, *Producers Monthly*, 1950, Vol. 15, No. 9, pp. 9-12
- [10] Polasek, T.L., Hutchinson, C.A., Characterization of Non-Uniformities with a Sandstone Reservoir from a Fluid Mechanics Standpoint, 7th World Petroleum Congress, 2-9 April 1967, Mexico City, Mexico
- [11] Alpay, O.A., A Practical Approach to Defining Reservoir Heterogeneity, *Journal of Petroleum Technology*, 1972, Vol. 24, No. 7, pp. 841-848
- [12] Furtado, F., Pereira, F., Crossover from Nonlinearity Controlled to Heterogeneity Controlled Mixing in Two-Phase Porous Media Flows, *Computational Geosciences*, 2003, Vol. 7, No. 2, pp. 115-135
- [13] Nield, D. A., Kuznetsov, A.V., Simmons, C.T., The Effect of Strong Heterogeneity on the Onset of Convection in a Porous Medium: 2D/3D Localization and Spatially Correlated Random Permeability Fields, *Transport in Porous Media*, 2010, Vol. 83, No. 3, pp. 465-477
- [14] Ranganathan, P., Farajzadeh, R., Bruining, H., Zitha, P.L.J., Numerical Simulation of Natural Convection in Heterogeneous Porous media for CO₂ Geological Storage, *Transport in Porous Media*, 2012, Vol. 95, No. 1, pp. 25-54
- [15] Babadagli, T., Al-Bemani, A., Al-Shammakhi, K., Numerical estimation of the degree of reservoir permeability heterogeneity using pressure drawdown tests, *Transport in Porous Media*, 2004, Vol. 57, No. 3, pp. 313-331
- [16] Hardy H.H, Beier, R.A., *Fractals in Reservoir Engineering*, Singapore, World Scientific, 1994
- [17] Shook, G.M., Mitchell, K.M., A Robust Measure of Heterogeneity for Ranking Earth Models: The F PHI Curve and Dynamic Lorenz Coefficient, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 4-7 October (2009), New Orleans, Louisiana, USA
- [18] Rashid, B., Bal, A-L., Williams, G.J.J., Muggeridge, A.H., Using vorticity to quantify the relative importance of heterogeneity, viscosity ratio, gravity and diffusion on oil recovery, *Computational Geosciences*, 2012, Vol. 16, No. 2, pp. 409-422
- [19] Ganjeh-Ghazvini, M., Masihi, M., Ghaedi, M., Random walk-percolation-based modeling of two-phase flow in porous media: Breakthrough time and net to gross ratio estimation, *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 2014, Vol. 406, pp. 214-221
- [20] Ganjeh-Ghazvini, M., Masihi, M., Baghalha, M., Study of Heterogeneity Loss in Upscaling of Geological Maps by Introducing a Cluster-Based Heterogeneity Number, *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 2015, Vol. 436, pp. 1-13
- [21] Ganjeh-Ghazvini, M., Masihi, M., Baghalha, M., Effect of connectivity misrepresentation on accuracy of upscaled models in oil recovery by CO₂ injection, *Greenhouse gases science and technology*, 2016, Vol. 6, No. 3, pp. 339-351