

# کاربرد نظریه فراکتال‌ها در مهندسی نفت

مهدی معارفیان - فرید احمدلو - دانشگاه صنعتی شریف

## مقدمه

ماسه‌سنگی است توجه کنید. همان‌طور که از نمودارها برمی‌آید نوسانات موجود در نمودارها از نمونه اول تا نمونه سوم کمتر شده است. در نمونه اول تعداد نقاط ماکزیمم و مینیمم و گسترش اندازه حفرات زیاد است در حالی که در نمونه سوم گسترش اندازه حفرات و تعداد نقاط اکسترمم کمتر شده است بنابراین به صورت کیفی می‌توانیم مطرح کنیم که نمونه اول ناهمگونی بیشتری دارد در حالی که نمونه سوم نمونه همگون‌تری است.

این مطلب را به صورت کمی می‌توانید از مقادیر بعد فراکتال این سه نمونه نیز استنباط کنید. در نمونه اول مقدار بعد فراکتال بیشترین است در حالی که در نمونه سوم کمترین مقدار را دارد. بنابراین به طور کمی نیز مطلب اخیر برای سه نمونه فوق حاصل می‌شود. در نتیجه هر نمونه‌ای که از مقدار بعد فراکتال بیشتری برخوردار باشد ناهمگون‌تر خواهد بود.

توجه داریم که در یافتن میزان کمی ناهمگونی در نمونه‌ها مقدار بعد فراکتال، فارغ از روش یافتن، مورد استفاده

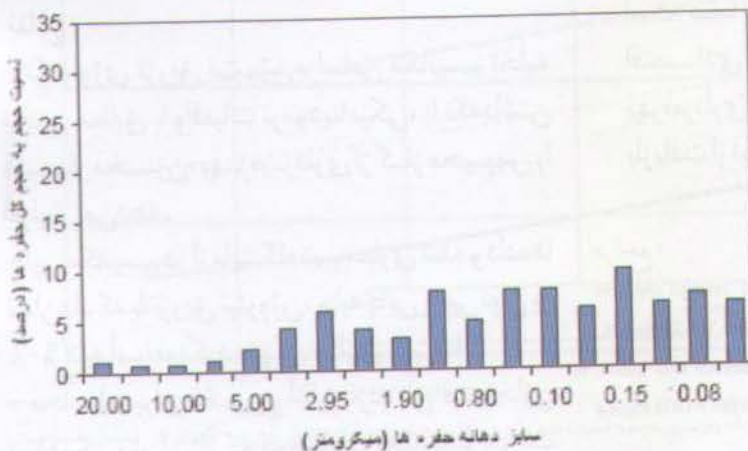
در این مقاله (سومین بخش) ابتداء روش یافتن کمی ناهمگونی را در نمونه‌های سنگی به کمک بعد فراکتال - که در بخش قبلی آن را یافتیم - بیان می‌شود و در ادامه با محیط‌های متخلخل فراکتالی، انواع آن و نحوه یافتن تخلخل در آنها، آشنایی شویم.

## یافتن کمی ناهمگونی به کمک بعد فراکتال

ناهمگونی سنگ مخزن پارامتری کلیدی در مهندسی مخازن است که از آن برای کنترل عملکرد تولید و تخمین مقدار برداشت نهایی از مخزن استفاده می‌شود. برای یافتن ناهمگونی در نمونه‌های سنگ مخزن در آزمایشگاه از نمودار توزیع اندازه حفرات - از نتایج آزمایش تزریق جیوه - استفاده می‌شود. به این صورت که هرچه نوسانات در نمودار توزیع اندازه حفرات برای نمونه‌ای بیشتر باشد ناهمگونی در آن بیشتر خواهد بود و برعکس هرچه نوسانات نمودار برای نمونه‌ای کمتر باشد و نمودار پراکندگی کمتری را نشان دهد نمونه از همگونی بیشتری برخوردار است.

این روش روشی کیفی برای یافتن مقدار ناهمگونی در نمونه‌های سنگ مخزن است اما با استفاده از بعد فراکتال می‌توانیم ناهمگونی در نمونه‌ها را به صورت کمی بیان کنیم. به این صورت که هرچه اندازه بعد فراکتال برای نمونه‌ای بیشتر باشد میزان ناهمگونی در آن بیشتر خواهد بود.

برای مثال به شکل‌های یک تا سه که مربوط به توزیع اندازه حفرات برای سه نمونه



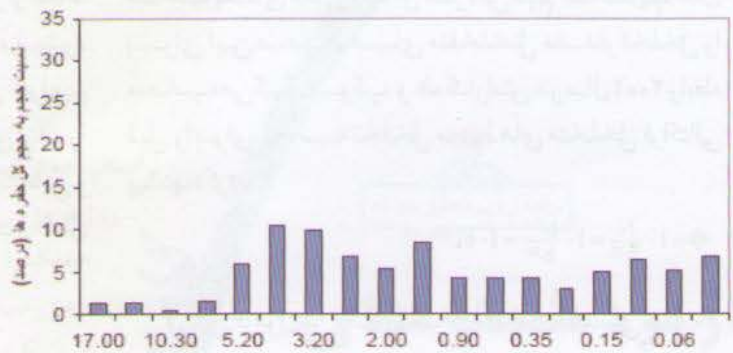
شکل ۱ - نمودار سایز پراکنش اندازه حفره‌ها در نمونه اول (D=2.45)

محاسبه کنیم با در نظر گرفتن  $N=8$  و  $T=1/3$  به مقدار  $1/189$  خواهیم رسید.

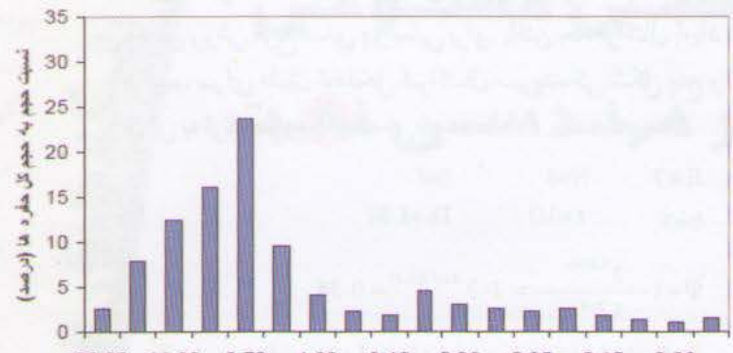
فراکتال سیرپنسکی یک نمونه مطرح در بحث محیط های متخلخل فراکتالی است. به قسمی که اگر به شکل پنج توجیه کنید نقاط روشن نشایگر دانه های سنگ و نقاط تیره نشان دهنده حفرات موجود در نمونه سنگی هستند. اگر به این شکل از این فراکتال توجیه کنید می بینید که این مدل با واقعیت محیط های متخلخل تطابق چندانی ندارد که علت آن نیز روشن است. اولاً نظم خاصی در پیدایش و حالت نهایی آن دیده می شود که در نمونه واقعی چنین نیست. ثانیاً حفرات در نظر گرفته شده در نمونه فراکتالی ارتباطی با یکدیگر ندارند در حالی که در مدل واقعی ارتباطاتی بین حفرات برقرار است. بنا به دلایل گفته شده شکل شماره پنج نمی تواند محیط متخلخل فراکتالی مناسبی متناسب با مدل واقعی محیط های متخلخل باشد. برای رفع مشکل محیط های متخلخل فراکتالی همگون و ناهمگون را همانند تعریفی که برای محیط های متخلخل قایل هستیم مطرح کنیم.

دوباره به فرایند ساختن فراکتال سیرپنسکی توجه کنید که اگر به جای آن که به طور منظم در هر مرحله مربع وسط را که از تقاطع انتخاب  $1/3$  از هر ضلع حاصل می شود برداریم و مربع مذکور را به طور تصادفی از نه مربع ایجاد شده انتخاب کنیم به محیط متخلخل فراکتالی همگون می رسیم که در شکل شماره شش دیده می شود. توجه کنید که در این حالت فرایند ساختن فراکتال دقیقاً شبیه حالت پایه است. با این اختلاف که مربع انتخابی از بین نه مربع ایجاد شده در هر حالت را به طور تصادفی انتخاب می کنیم. در حالی که در حالت پایه مربع وسط را انتخاب کرده بودیم. با توجه به شباهت موجود بین حالت پایه و همگون در محیط متخلخل فراکتالی سیرپنسکی، بعد فراکتال در این حالت با مقدار آن در حالت پایه یکسان است که با یادآوری

قراری گیرد و نتایج حاصل از چهار روش مطرح در بخش قبلی را می توان مورد استناد قرار داد.



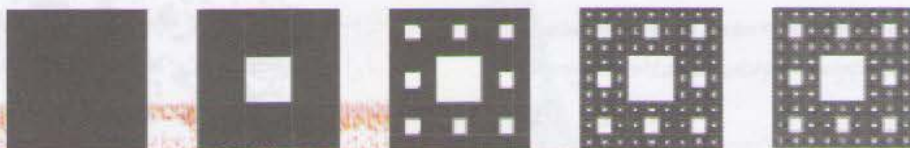
شکل ۲- نمودار سایز برکتش اندازه حفره ها در نمونه دوم ( $D_p = 2.18$ )



شکل ۳- نمودار سایز برکتش اندازه حفره ها در نمونه سوم ( $D_p = 2.06$ )

### محیط های متخلخل فراکتالی

در این بخش با فراکتالی به نام سیرپنسکی آشنا می شویم که کاربرد گسترده ای در محیط های متخلخل فراکتالی دارد. ابتدا با روش یافتن آن آشنا می شویم. برای ساختن این فراکتال مربعی به طول واحد را در نظر بگیرید. هر ضلع مربع را به سه قسمت مساوی تقسیم کنید. با اتصال خطوط به یکدیگر نه مربع با طول  $1/3$  خواهیم داشت. حال اگر مربع وسطی را حذف نماییم هشت مربع باقی می ماند. این کار را دقیقاً بر روی هشت مربع به طور جداگانه اجرامی کنیم. مراحل ساختن این فراکتال را در چهار مرحله در شکل شماره چهار مشاهده می کنید. بعد این فراکتال را اگر با روش مربع های پوششی که در مقاله قبلی به آن اشاره کردیم



شکل ۴- مراحل ساختن فراکتال سیرپنسکی

### یافتن تخلخل در محیط‌های متخلخل فراکتالی

به این ترتیب با انواع محیط‌ها متخلخل فراکتالی که در مباحث بعدی مکرراً به آن اشاره می‌کنیم آشنا شدیم. حال برای این محیط‌های متخلخل مقدار تخلخل را محاسبه می‌کنیم. سوکپ و همکارانش در سال ۲۰۰۲ رابطه ذیل را برای محاسبه تخلخل محیط‌های متخلخل فراکتالی پیشنهاد کردند:

$$\phi = 1 - \frac{N}{b^{Ei}} = 1 - \frac{b^{Di}}{b^{Ei}} = 1 - b^{i(Di-E)}$$

در این فرمول  $\phi$  بیانگر تخلخل،  $E$  بعد اقلیدسی،  $D_i$  بعد فراکتال،  $i$  تعداد تکرار انجام شده برای رسیدن به فراکتال مورد نظر هستند. مقادیر  $N$  و  $b=1/r$  را نیز از مقاله پیشین در بخش روش مربع‌های پوششی برای یافتن بعد فراکتال به یاد داریم. برای مثال تخلخل فراکتال سیرپنسکی شکل پنج و شش به ترتیب زیر محاسبه می‌شود:

$$E=2 \quad N=8 \quad i=4$$

$$b=3 \quad r=1/3 \quad D_i=1.89$$

$$\phi = 1 - \frac{3^{1.89 \times 4}}{3^{2 \times 4}} = 1 - 3^{-4 \times (1.89 - 2)} = 0.38$$

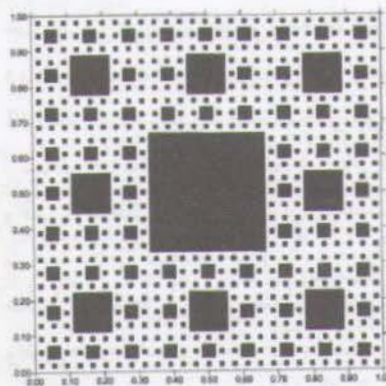
در این رابطه مقدار تخلخل محیط متخلخل فراکتالی وابسته به مقدار تکرار است و مانده پارامترها در تکرارهای متوالی ثابت هستند. در حالت اخیر با افزایش تکرارها تعداد نقاط تیره که بیانگر حفره‌ها هستند، بیشتر شده و میزان تخلخل افزایش می‌یابد به صورتی که بعد از هشتاد و دو مرتبه تکرار به تخلخل یک رسیده و تمام محیط متخلخل، به صورت حفره در خواهد آمد.

در مقاله بعد از این مجموعه نحوه یافتن مقادیر نفوذپذیری را برای محیط متخلخل فراکتالی مطرح می‌کنیم.

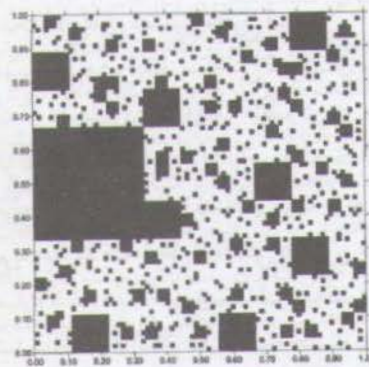
#### منابع:

1. Sahimi, M. and Yortsos, Y. c. "Application of Fractal Geometry to Porous Media: a Review," paper SPE20476 presented at the 1990 Annual Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers, September 23-26, 1990, New Orleans, LA.
2. Li, K. and Horne, R. N.: "Fractal Characterization of The Geysers Rock," presented at the GRC 2003 annual meeting, October 12-15, 2003, Morelia, Mexico.
3. Sukop, M. c. Vandijk, G., Perfect, E. and Vanloon, W. K. P.: "Percolation Threshold in 2-Dimensional Prefractal Models of Porous Media," Transport in Porous Media, 2002.
4. Moarefian, M.: "Determining the Fractal Dimension by Using Capillary Pressure Curves," presented at ninth Iranian Chemical Engineering Congress, November 23-25, 2004, Tehran, Iran.

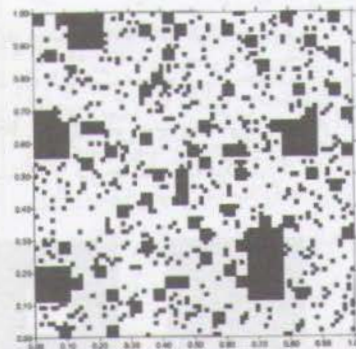
روش مربع‌های پوششی این امر محرز شود. در محیط متخلخل فراکتالی همگون از لحاظ اندازه مربع در هر مرحله اختلافی با حالت پایه نبود. حال اگر از لحاظ اندازه نیز به طور تصادفی مربعی را که می‌خواهیم حذف شود انتخاب کنیم به محیط متخلخل فراکتالی ناهمگون خواهیم رسید که در شکل شماره هفت نمونه‌ای از آن را مشاهده می‌کنید. در این حالت بخاطر آن که مربع انتخابی و اندازه آن را به طور تصادفی انتخاب می‌شود مقدار بعد فراکتال با حالت‌های پایه و همگون متفاوت است.



شکل ۵- محیط متخلخل فراکتالی پایه



شکل ۶- محیط متخلخل فراکتالی همگون



شکل ۷- محیط متخلخل فراکتالی ناهمگون

۳۶  
شماره ۲۵ - شهریور ۱۳۸۴