



بررسی رفتار طیفی توابع مد ذاتی

حمیدرضا سیاه کوهی^۱، دانشگاه تهرانصیام صفائی^۲، امین روشندل^۳، دانشگاه صنعتی شاهرود

چکیده

روش های تحلیل داده ها به طور معمول بر پایه خصوصیات داده های پایا و غیرخطی بنا شده اند. روش هایی مانند تبدیل موجک و توزیع ویگنر- وایل نیز برای داده های ناپایا و خطی معرفی شده اند. روش تجزیه مد تجربی به عنوان یک روش تجربی برای تحلیل داده های ناپایا و غیرخطی ارائه گردیده است. تجزیه مد تجربی روشی برای تفکیک سیگنال به توابع مد ذاتی دارای تبدیل هیلبرت خوش رفتار است. در این پژوهش، به معرفی روش تجزیه مد تجربی و مطالعه رفتار طیفی توابع مد ذاتی پرداخته شده است. بررسی رفتار طیفی تابع مد ذاتی اول و سیگنال اولیه، نشان دهنده رفتار طبیعی تابع مد ذاتی اول به عنوان یک فیلتر بالا گذر است. همچنین، نمودار لگاریتم تعداد نقاط صفر گذر، نشان دهنده ارتباط مستقیم تعداد نقاط با محتوای فرکانسی سیگنال است.

واژگان کلیدی | توابع مد ذاتی، روش تجزیه مد تجربی، فرکانس لحظه ای

مقدمه

و صفر گذر^۲ باشد. بر اساس این شرایط، یک دسته از توابع به عنوان توابع مد ذاتی^۳ با دو شرط زیر معرفی می شوند [۲]:

- ۱- در طول کل داده، تعداد اکسترمم ها و تعداد صفر گذرها یا باید مساوی باشند یا تعدادشان حداکثر یکی متفاوت باشد.
- ۲- در هر نقطه، مقدار متوسط پوش تعریف شده توسط بیشینه محلی و پوش تعریف شده توسط کمینه محلی صفر باشد.

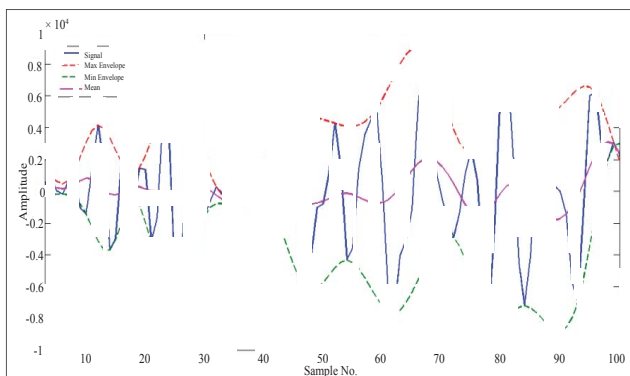
به طور معمول، بیشتر سیگنال های حقیقی توابع مد ذاتی نیستند، ولی می توان آن ها را به وسیله الگوریتم الگ کردن^۴، به توابع مد ذاتی دارای تبدیل هیلبرت^۵ خوش رفتار تبدیل کرد. گام های فرایند الگ کردن یک سیگنال مانند $X(t)$ به صورت زیر است:

سیگنال های بازتابی از لایه های زیر سطحی، حاوی اطلاعات مهمی در خصوص ساختارهای زیرین هستند. به خاطر رفتار طبیعی زمین همانند یک فیلتر پایین گذر، محتوای فرکانسی امواج لرزه ای در هنگام عبور با گذشت زمان تغییر می یابد و بنابراین، سیگنال های لرزه ای، سیگنال های ناپایا هستند [۱]. روش های تحلیل داده ها نیز به طور معمول بر اساس خصوصیات پایا و خطی بودن سیگنال ها پایه گذاری شده اند. روش تجزیه مد تجربی^۱ در علوم نوین مرتبط با تحلیل سیگنال، جایگاه ویژه ای یافته است [۲]. در لرزه نگاری، این روش به طور معمول برای حذف نوفه به کار گرفته می شود [۳].

در این پژوهش، بعد از ارائه اصول روش تجزیه مد تجربی، رفتار طیفی توابع مد ذاتی بررسی می گردد. در انتها، رابطه محتوای فرکانسی توابع مد ذاتی با نقاط صفر گذر آن ها بررسی می گردد.

۱- روش تجزیه مد تجربی

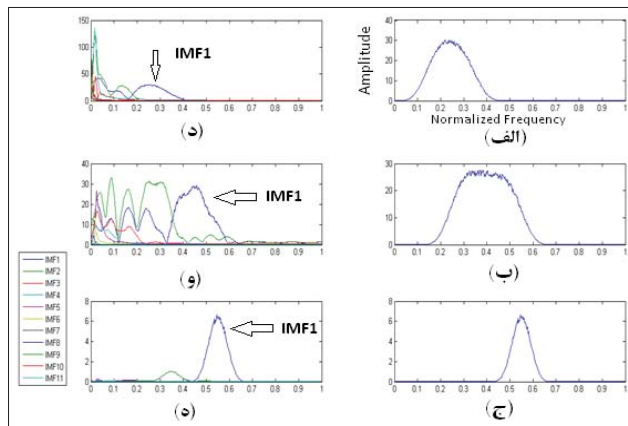
از لحاظ فیزیکی، شروط لازم برای داشتن یک فرکانس لحظه ای معنی دار از یک سیگنال بدین صورت است که سیگنال نسبت به صفر متوسط محلی، متقارن و دارای تعداد برابر اکسترمم



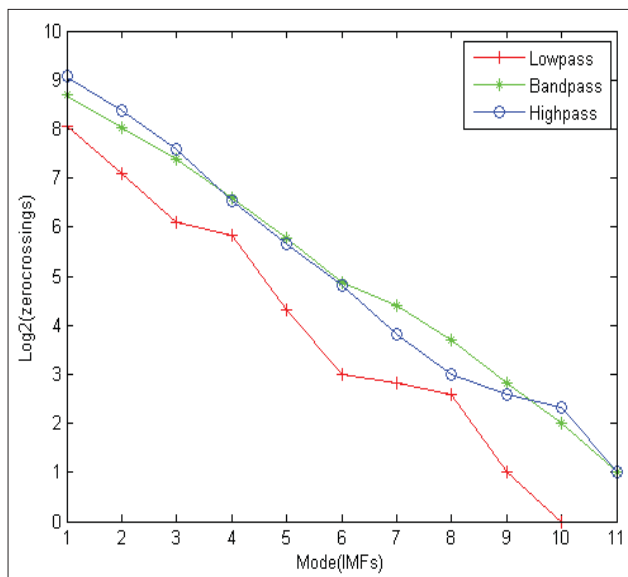
شکل ۱ | سیگنال اصلی (خط آبی)، پوش بالا (خط چین قرمز)، پوش پایین (خط چین سبز) و میانگین پوش ها (خط صورتی)

غیر این صورت، الگوریتم غربال کردن بر روی این خروجی تا به دست آمدن اولین تابع مد ذاتی ادامه می‌یابد. بعد از محاسبه اولین تابع مد ذاتی، این تابع از سیگنال اولیه کسر و مقدار باقیمانده محاسبه می‌گردد. برای محاسبه توابع مد ذاتی مرتبه‌های بالاتر، الگوریتم غربال کردن بر روی باقیمانده مرحله‌ی قبل ادامه می‌یابد.

این فرایند تا زمانی که مقدار باقیمانده دارای حداقل دو اکستریم باشد، ادامه می‌یابد.



شکل ۴ | طیف فوریه توابع مد ذاتی: (الف) سیگنال حاصل از فیلتر پایین‌گذر، (ب) سیگنال حاصل از فیلتر باندگذر، (ج) سیگنال حاصل از فیلتر بالاگذر، (د) توابع مد ذاتی سیگنال حاصل از فیلتر پایین‌گذر، (و) توابع مد ذاتی سیگنال حاصل از فیلتر باند گذر و (ه) توابع مد ذاتی سیگنال حاصل از فیلتر بالاگذر.

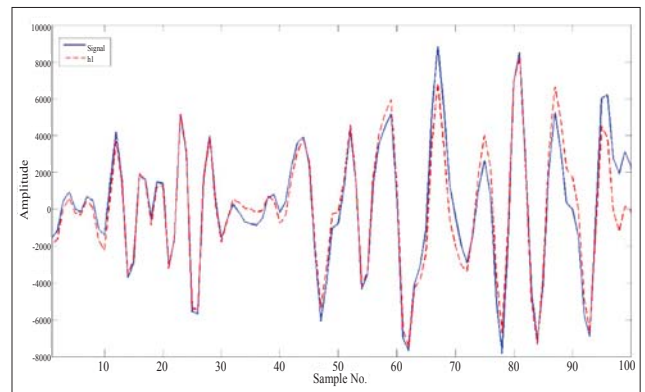


شکل ۵ | تعداد نقاط صفر گذر توابع مد ذاتی، سیگنال فیلتر بالاگذر (آبی)، سیگنال فیلتر باندگذر (سبز)، سیگنال فیلتر پایین‌گذر (قرمز).

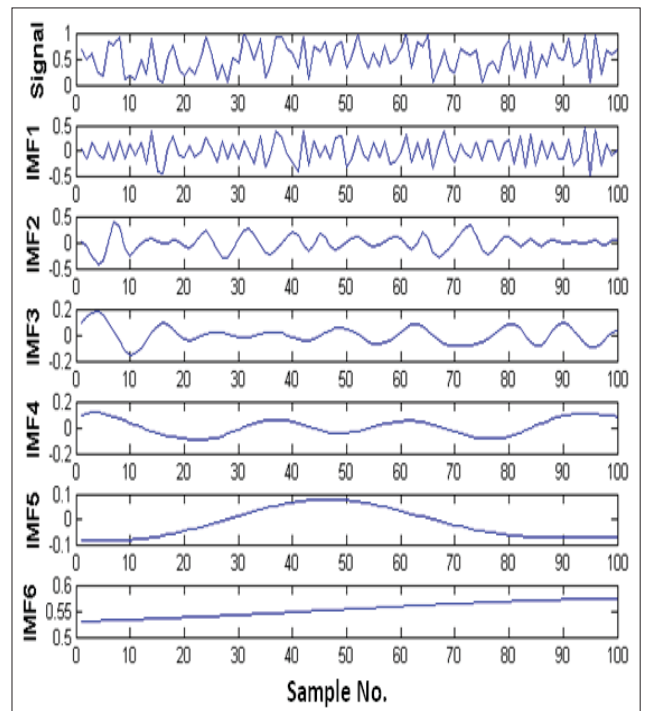
۱- تعیین تمام اکستریم‌های نسی $x(t)$
 ۲- تعیین پوش بیشینه و کمینه‌های سیگنال به‌وسیله یک درون‌یابی درجه سوم

۳- محاسبه میانگین پوش‌های ماکزیمم و کمینه
 ۴- محاسبه تفاضل میانگین پوش‌های بیشینه و کمینه از سیگنال اصلی

در صورتی که خروجی گام چهارم، شرایط یک تابع مد ذاتی را دارا باشد، به‌عنوان اولین تابع مد ذاتی در نظر گرفته می‌شود. در



شکل ۶ | سیگنال $x(t)$ (منحنی آبی)، اولین تابع مد ذاتی (خطچین قرمز)



شکل ۷ | ردلرزه به همراه توابع مد ذاتی



می‌دهد که هر تابع مد ذاتی می‌تواند یک فرکانس غالب داشته باشد.

در شکل ۵- نمودار لگاریتم تعداد نقاط صفر گذر توابع مد ذاتی مربوط به سه سیگنال ترسیم شده است. این شکل نشان می‌دهد که به ترتیب از اولین تا آخرین تابع مد ذاتی برای هر محدوده‌ی فرکانسی، نمودار، حالت نزولی دارد و تعداد نقاط صفر گذر کاهش پیدا می‌کند.

با مقایسه این نمودار و طیف فوریه‌ی هر کدام از سیگنال‌ها با محدوده‌ی فرکانسی مشخص، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد نقاط صفر گذر می‌تواند با محدوده‌ی فرکانسی سیگنال رابطه مستقیم داشته باشد و هرچه این نقاط بیشتر باشد، در نتیجه، فرکانس سیگنال نیز بالاتر است.

نتیجه‌گیری

روش تجزیه مد تجربی به‌عنوان یک ابزار برای تفکیک سیگنال به توابع مد ذاتی که دارای تبدیل هیلبرت خوش رفتار هستند، معرفی گردید.

بررسی طیف فرکانسی توابع مد ذاتی نشان داد که تابع مد ذاتی اول با توجه به شباهت محدوده‌ی فرکانسی آن با سیگنال، می‌تواند به‌عنوان یک جایگزین مناسب به جای سیگنال اصلی مورد استفاده قرار گیرد.

نمودار لگاریتم تعداد نقاط صفر گذر توابع مد ذاتی، نشان‌دهنده رابطه مستقیم تعداد نقاط با محتوای فرکانسی تابع مد ذاتی است و هرچه این نقاط بیشتر باشد، تابع، محتوای فرکانسی بالاتری دارد.

معادله ۱- رابطه میان سیگنال اولیه، توابع مد ذاتی و باقیمانده را نشان می‌دهد. در این رابطه، C_i و I_n به ترتیب نشان‌دهنده توابع مد ذاتی و باقیمانده نهایی هستند.

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

در شکل ۱- تابع اولیه $X(t)$ و توابع خروجی الگوریتم غربال کردن و در شکل ۲- اولین تابع مد ذاتی و سیگنال اولیه $X(t)$ نشان داده شده است.

در شکل ۳- یک ردلرزه به همراه توابع مد ذاتی آن که با روش تجزیه مد تجربی محاسبه گردیده، نشان داده شده است.

۲- بررسی رفتار طیفی توابع مد ذاتی

برای درک رفتار طیفی توابع مد ذاتی استخراج شده با استفاده از روش تجزیه مد، سه سیگنال با اعمال فیلترهای باند گذر، پایین گذر و بالاگذر بر روی یک سیگنال مصنوعی محاسبه گردید. سیگنال اصلی، مجموع چند سیگنال سینوسی است که فرکانس‌های متفاوتی را شامل می‌گردد. بعد از اعمال فیلترهای مذکور، توابع مد ذاتی مربوط به هر یک از سیگنال‌های فیلتر شده با استفاده از روش تجزیه مد تجربی محاسبه گردید.

طیف فوریه سیگنال‌های فیلتر شده و توابع مد ذاتی در شکل ۴- نشان داده شده است. مقایسه طیف فوریه حاصل از سیگنال‌های فیلتر شده و توابع مد ذاتی، نشان‌دهنده رفتار طبیعی تابع مد ذاتی اول (مشخص شده با پیکان) همانند یک فیلتر بالاگذر در هر محدوده فرکانسی است. همچنین، با افزایش مرتبه توابع مد ذاتی، فرکانس‌های پایین تر عبور داده می‌شوند. این موارد نشان

پانویس‌ها

¹ Empirical Mode Decomposition (EMD)

² Zero Crossings

³ Intrinsic Mode Functions (IMF)

⁴ Sifting Process

⁵ Hilbert Transform

منابع

[1] Yilmaz, O. "Seismic data analysis". SEG., 2001

[2] Huang, N.E., Shen, Z., Long, R.S., et al. "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis". Proceedings of the

Royal Society of London Series. 1998.A 454 (1971).903-995.

[3] Bekara, M., Baan, M., "Random and coherent noise attenuation by empirical mode decomposition". Geophysics. 2009.74 (5), V89-V98